

2

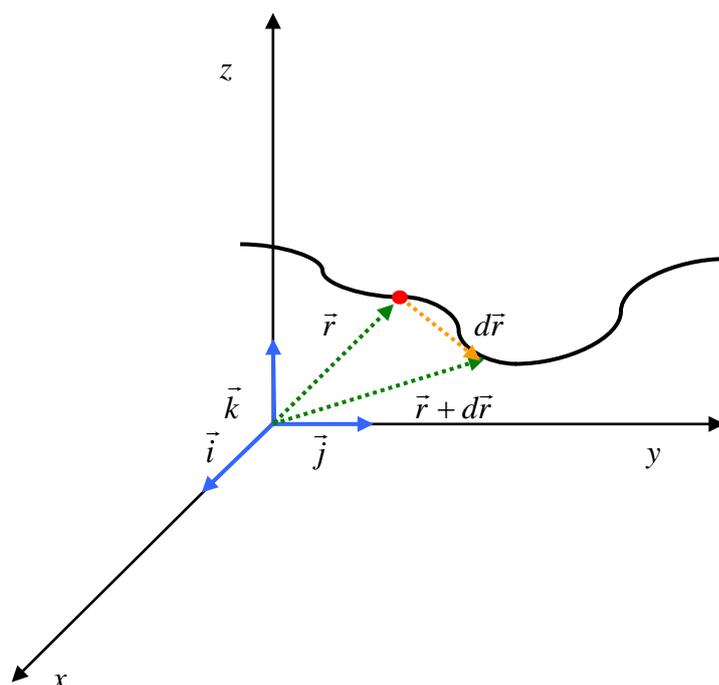
CINEMATICA

Concetti fondamentali:

- Concetto di cinematica. Punto materiale. Sistema di riferimento. Traiettoria del moto.
- Grandezze in cinematica – distanza percorsa, velocità media ed istantanea, velocità angolare e tangenziale, accelerazione normale e tangenziale, accelerazione angolare.
- Rappresentazione grafica dei moti nel piano $v-t$, $a-t$, $s-t$.
- Moti rettilinei – moto uniforme e uniformemente accelerato, caduta libera, lancio verticale.
- Moti curvilinei – moto circolare uniforme. Periodo e frequenza del moto circolare.
- Moto composto – principio di Galileo. Lancio orizzontale, lancio obliquo in alto.

Formule elementari:

Moto generale:



- Vettore di posizione:

$$\vec{r} = x \cdot \vec{i} + y \cdot \vec{j} + z \cdot \vec{k}$$

- Grandezza del vettore di posizione:

$$r = |\vec{r}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

- Incremento elementare vettoriale:

$$d\vec{r} = dx \cdot \vec{i} + dy \cdot \vec{j} + dz \cdot \vec{k}$$

- Grandezza dell'incremento elementare di spazio:

$$ds = |d\vec{r}| = dr = \sqrt{(dx)^2 + (dy)^2 + (dz)^2}$$

- Velocità istantanea:

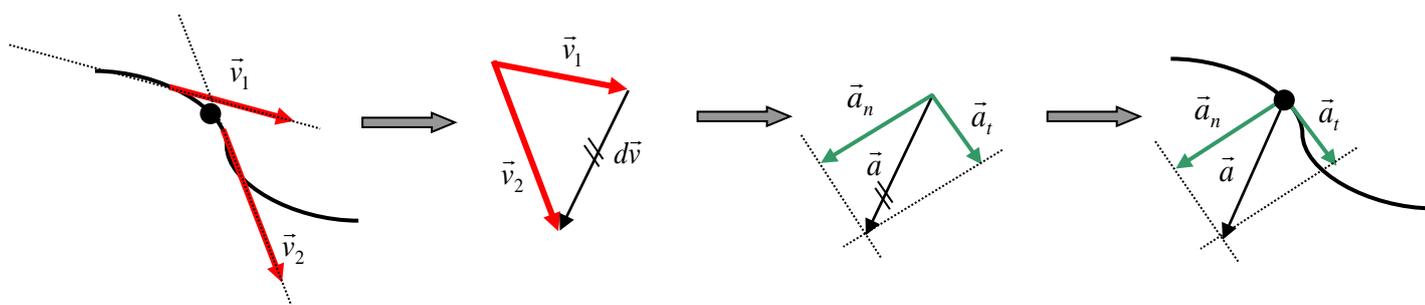
$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{dx}{dt} \cdot \vec{i} + \frac{dy}{dt} \cdot \vec{j} + \frac{dz}{dt} \cdot \vec{k}$$

- Accelerazione:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$$

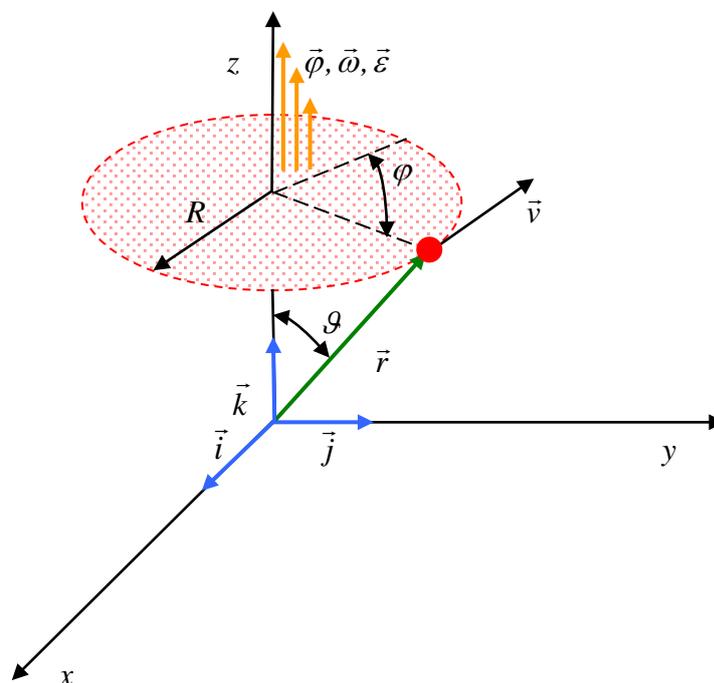
- Scomposizione dell'accelerazione:

$$\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_n, \quad a = |\vec{a}| = \sqrt{a_t^2 + a_n^2}$$



Nota: Grandezza fisica ACCELERAZIONE caratterizza variazioni di una velocità sia dal punto della sua grandezza (*accelerazione tangenziale*) che dal punto della sua direzione (*accelerazione normale*)!

Moto generale lungo una circonferenza:



- Velocità angolare di rotazione:

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt}, \quad \vec{\omega} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}$$

- Accelerazione angolare:

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\varphi}{dt^2}, \quad \vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}$$

- Velocità tangenziale e angolare:

$$v = \omega \cdot R = \omega \cdot r \cdot \sin \vartheta, \quad \vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$$

- Accelerazione angolare e tangenziale:

$$a_t = R \cdot \varepsilon, \quad \vec{a}_t = \vec{\varepsilon} \times \vec{r}$$

- Accelerazione centripeta (normale):

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \omega^2 \cdot R, \quad \vec{a}_n = \vec{\omega} \times \vec{v}$$

Moto rettilineo uniforme:

- Spazio percorso
- Velocità

$$s = v \cdot t$$

$$v = \frac{s}{t}$$

Moto rettilineo uniformemente accelerato:

- Spazio percorso
- Velocità

$$s = s_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2$$

$$v = v_0 + a \cdot t$$

Caduta libera:

- Spazio percorso
- Velocità
- Velocità d'impatto dall'altezza h

$$s = \frac{1}{2} g \cdot t^2$$

$$v = g \cdot t$$

$$v = \sqrt{2g \cdot h}$$

Lancio verticale verso l'alto:

- Altezza istantanea
- Altezza di lancio
- Tempo di salita
- Velocità

$$y = v_0 \cdot t - \frac{1}{2} g \cdot t^2$$

$$h = \frac{v_0^2}{2g}$$

$$t = \frac{v_0}{g}$$

$$v = v_0 - g \cdot t$$

Lancio orizzontale:

- Posizione del punto materiale
- Velocità
- Gittata
- Durata del moto

$$x = v_0 \cdot t; \quad y = h - \frac{1}{2} g \cdot t^2$$

$$v_x = v_0; \quad v_y = g \cdot t; \quad v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$

$$d = \sqrt{\frac{2v_0^2 \cdot h}{g}}$$

$$t_d = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

Moto uniforme circolare (una circonferenza di raggio R):

- Spazio percorso angolare

$$\varphi = \frac{s}{R} = \omega \cdot t$$

- Velocità tangenziale

$$v_t = \frac{s}{t} = \omega \cdot R = 2\pi \cdot f \cdot R$$

- Velocità angolare

$$\omega = \frac{\varphi}{t} = 2\pi \cdot f = \frac{2\pi}{T}$$

- Frequenza e periodo

$$f = \frac{1}{T}; T = \frac{1}{f}$$

- Accelerazione centripeta

$$a_c = \omega^2 \cdot R = \frac{v_t^2}{R}$$

Moto circolare uniformemente accelerato (una circonferenza di raggio R):

- Spazio percorso angolare

$$\varphi = \varphi_0 + \omega_0 \cdot t + \frac{1}{2} \varepsilon \cdot t^2$$

- Velocità angolare

$$\omega = \omega_0 + \varepsilon \cdot t$$

Confronto dei rapporti del moto traslatorio (rettilineo) e rotatorio (circolare):

$$s = v_0 \cdot t$$



$$\varphi = \omega_0 \cdot t$$

$$s = s_0 + v_0 \cdot t$$



$$\varphi = \varphi_0 + \omega_0 \cdot t$$

$$s = \frac{1}{2} a \cdot t^2$$



$$\varphi = \frac{1}{2} \varepsilon \cdot t^2$$

$$s = s_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2$$



$$\varphi = \varphi_0 + \omega_0 \cdot t + \frac{1}{2} \varepsilon \cdot t^2$$

$$v = v_0 + a \cdot t$$



$$\omega = \omega_0 + \varepsilon \cdot t$$

Calcoli di esercizio:

1. Spazio percorso di un punto materiale è pari a $s(t) = t^2 + 40t$. Determinare la velocità e l'accelerazione in funzione del tempo e lo spazio percorso nel momento in cui la velocità raggiunge 50 m/s.
[$v(t) = 2t + 40$ m/s; $a(t) = 2$ m/s²; 225 m]

2. Il grafico velocità – tempo di un'automobile è riportato in figura. Calcolare lo spazio percorso dopo 20 s e dopo 40 s, l'accelerazione del moto e la velocità media dell'intero percorso (fig. 1).

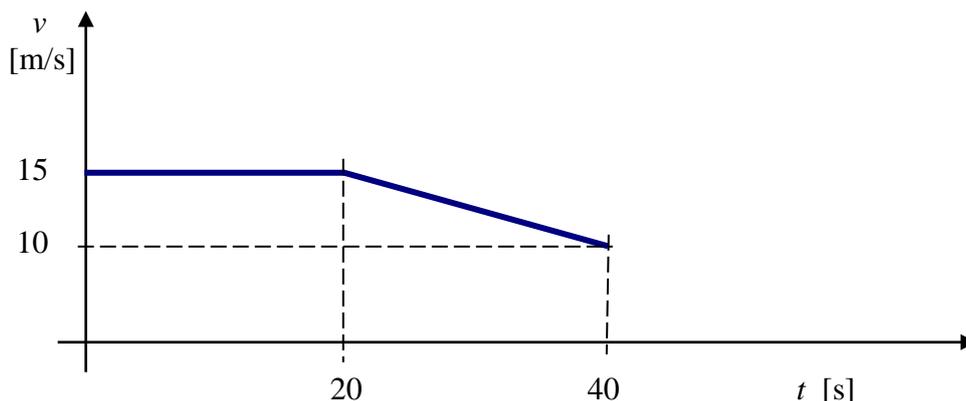


Fig. 1

3. Durante la fase di decollo percorre un aereo sulla pista di lancio la distanza 5 km nel tempo di 100 s. Determinare la velocità dell'aereo quando si stacca dal suolo e l'accelerazione dell'aereo.
[360 km/h; 1 m/s²]
4. Un'automobile parte da ferma con accelerazione costante uguale a 2 m/s². Calcolare lo spazio percorso dall'automobile dopo aver raggiunto la velocità di 32 m/s.
[256 m]
5. Un corpo viene lasciato cadere da una quota di 600 m. Calcolare dopo quanto tempo giunge a terra e la velocità d'impatto con il terreno.
[11,1 s; 109 m/s]
6. Un proiettile viene sparato verticalmente verso l'alto con velocità iniziale uguale a 392 m/s. Calcolare l'altezza massima raggiunta e il tempo impiegato a raggiungerla, trascurando la resistenza dell'aria.
[7840 m; 40 s]
7. Un corpo si muove lungo una circonferenza di raggio 10 cm con velocità tangenziale di 3 m/s. Calcolare l'accelerazione centripeta e la frequenza del moto.
[90 m/s²; 4,8 Hz]
8. Un punto materiale si muove lungo una circonferenza di raggio 20 cm con frequenza 5 Hz. Calcolare la velocità tangenziale e il numero di giri completi compiuti in 20 s.
[6,3 m/s; 100 giri]
9. Sapendo che il vettore di posizione di un moto materiale $\vec{r} = 10t^2 \vec{i} + 5t \vec{j} - 5t \vec{k}$ [m], determinare la velocità e l'accelerazione in funzione del tempo e il modulo di velocità nel tempo $t = 2$ s.
[$\vec{v} = 20t \vec{i} + 5 \vec{j} - 5 \vec{k}$; $\vec{a} = 20 \vec{i}$; 40,6 m/s]

10. Un pacco, abbandonato da un aereo in volo orizzontale a 200 m/s, tocca la terra dopo 12 s. Calcolare l'altezza dell'aereo, la distanza orizzontale percorsa dal pacco e la velocità con cui esso tocca il suolo, trascurando la resistenza dell'aria (*fig. 2.*).

[706 m; 2,4 km; 232 m/s]

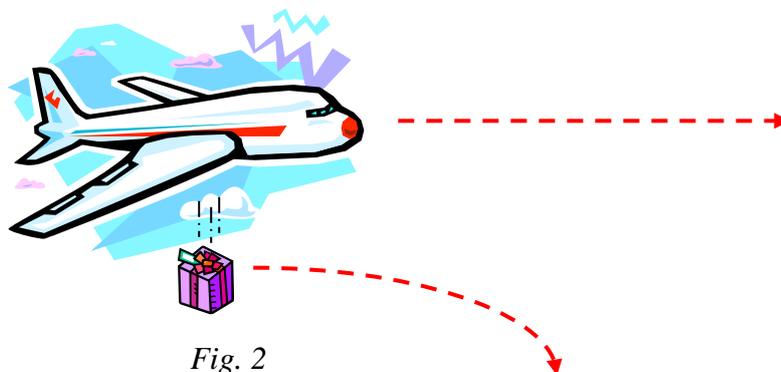


Fig. 2

11. Un autista che viaggia alla velocità di 54 km/h, incontra improvvisamente un'interruzione stradale dovuta a un fossato. La strada continua al di là del fossato, a distanza orizzontale di 3 m con un dislivello di 1 m. Stabilire se l'autista supera il fossato oppure no (*fig. 3.*).

[sì]

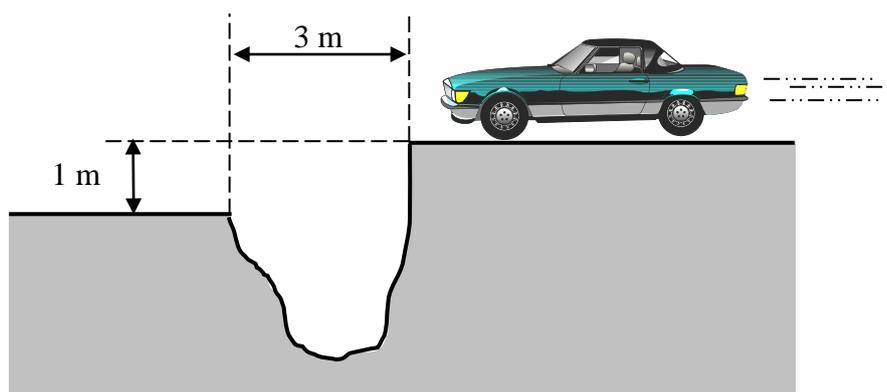


Fig. 3

12. Il rotore di un elettromotore appena spento si ferma dopo 15 s, quando sono stati compiuti ancora 54 giri. Calcolare la frequenza del rotore e il numero di giri in un minuto prima di spegnere l'elettromotore.

[7,2 Hz; 432 giri/min]

13. Un ventilatore (*fig. 4*) che ruota cinque volte al secondo si ferma, se spento, dopo 5 s. Calcolare l'accelerazione angolare e il numero di giri compiuti fino al fermarsi.

[2π rad/s²; 12,5 giri]

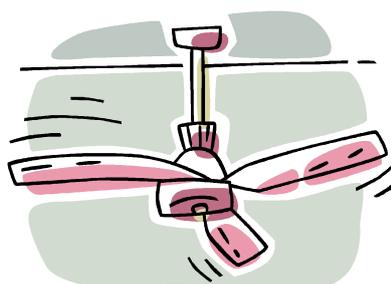


Fig. 4