

8

MECCANICA DEL CORPO RIGIDO MACCHINE SEMPLICI

Concetti fondamentali:

- Corpo rigido. Moto traslatorio e rotatorio. Baricentro di un corpo rigido.
- Effetto girevole di una forza, momento di una forza.
- Condizioni di equilibrio di un corpo rigido. Equilibrio stabile, instabile, indifferente.
- Energia del corpo rigido. Il momento d'inerzia.
- Macchine semplici. La leva, la carrucola fissa e mobile, il paranco, il piano inclinato.

Formule elementari:

- Energia cinetica – moto traslatorio

$$E_c = \frac{1}{2} m \cdot v^2$$

- Energia cinetica – moto rotatorio

$$E_c = \frac{1}{2} J \cdot \omega^2$$

- Momento d'inerzia di un sistema dei punti

$$J = \sum_{i=1}^n m_i \cdot r_i^2$$

- Momento d'inerzia di un corpo rigido

$$J = \int_m x^2 \cdot dm = \rho \iiint_V x^2 dV$$

- Teorema di Steiner

$$J = J_O + m \cdot a^2$$

- Momento di una forza

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F} = J \cdot \vec{\epsilon}$$

- Momento di una coppia di forze

$$M = F \cdot d; \quad F_1 = F_2 = F; \quad \vec{F}_1 = -\vec{F}_2$$

- Momento angolare

$$\vec{L} = J \cdot \vec{\omega}$$

- Conservazione del momento angolare

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = 0, \quad \vec{L} = \text{cost.}$$

- Secondo principio di impulso

$$\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt}$$

- La leva

$$F_1 \cdot a = F_2 \cdot b$$

- La carrucola fissa

$$F = P$$

- La carrucola mobile, il paranco

$$F = \frac{P}{2}$$

- Il piano inclinato

$$F = P \cdot \sin \alpha$$

- Condizioni di equilibrio del corpo rigido

$$\sum_{i=1}^n \vec{F}_i = 0, \quad \sum_{i=1}^n \vec{M}_i = 0$$

Confronto dei rapporti del moto traslatorio (rettilineo) e rotatorio (circolare):

$$E_c = \frac{1}{2} m \cdot v^2$$



$$E_c = \frac{1}{2} J \cdot \omega^2$$

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a}$$



$$\vec{M} = J \cdot \vec{\varepsilon}$$

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v}$$



$$\vec{L} = J \cdot \vec{\omega}$$

$$\vec{p} = \text{cost.}, \vec{F} = 0$$



$$\vec{L} = \text{cost.}, \vec{M} = 0$$

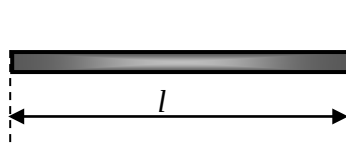
$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}$$



$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}$$

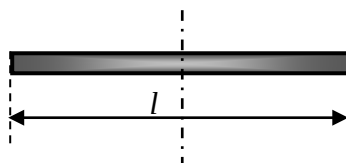
Momenti d'inerzia di alcuni corpi omogenei:

Barra (l'asse in un punto estremo)



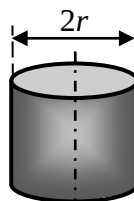
$$J = \frac{1}{3} m \cdot l^2$$

Barra (l'asse nel centro)



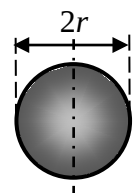
$$J = \frac{1}{12} m \cdot l^2$$

Cilindro pieno



$$J = \frac{1}{2} m \cdot r^2$$

Sfera piena



$$J = \frac{2}{5} m \cdot r^2$$

Calcoli di esercizio:

1. Su una piastra quadrata di lato 1 m ruotante attorno all'asse passante per il centro della piastra agiscono quattro forze (*fig. 1*). L'intensità di tutte e quattro le forze è 20 N. Determinare i momenti delle forze rispetto all'asse di rotazione e il momento risultante che agisce sulla piastra.

[$M_1 = M_4 = 10 \text{ Nm}$; $M_2 = 0$; $M_3 = 14 \text{ Nm}$; $M_R = 6 \text{ Nm}$; in senso antiorario]

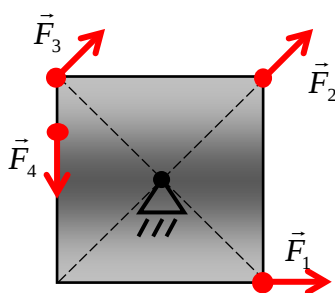


Fig.1

2. Determinare i valori delle grandezze mancanti a condizione di equilibrio del sistema (*fig. 2*).

[$F_3 = 50 \text{ N}$; $F_V = 20 \text{ N}$]

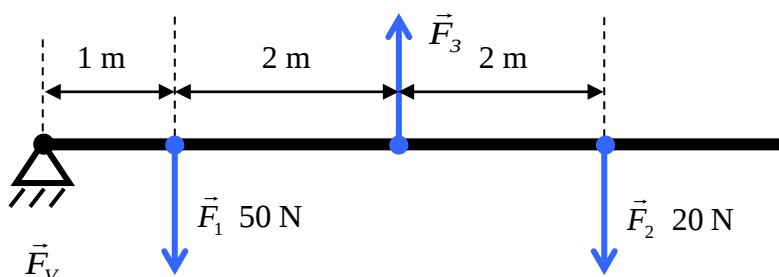


Fig. 2

3. Determinare i valori delle grandezze mancanti a condizione di equilibrio del sistema (*fig. 3*).

[$F_4 = 30 \text{ N}$; $x = 1,25 \text{ m}$]

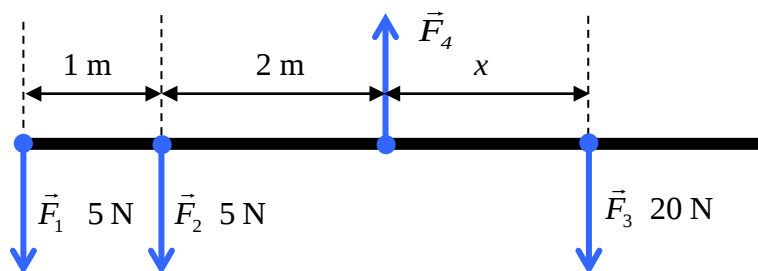


Fig. 3

4. Determinare i valori delle grandezze mancanti a condizione di equilibrio del sistema (*fig. 4*).

[$x = -1 \text{ m}$; $F_V = 30 \text{ N}$]

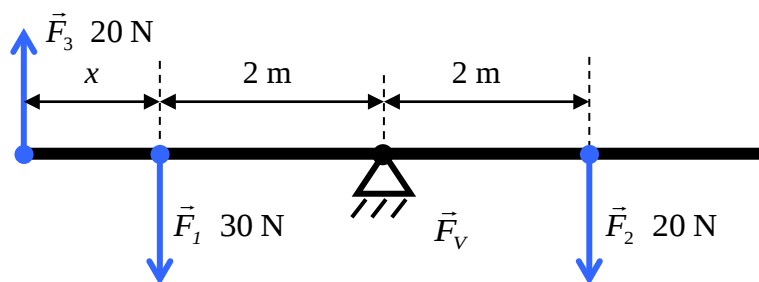


Fig. 4

5. Un giovane sta esercitando flessioni (fig. 5). Si determini la massa del ragazzo sapendo che l'intensità di forza che agisce dal pavimento sulle sue mani è 500 N. Quale forza agisce sui piedi del ragazzo?

[85 kg; 333 N]

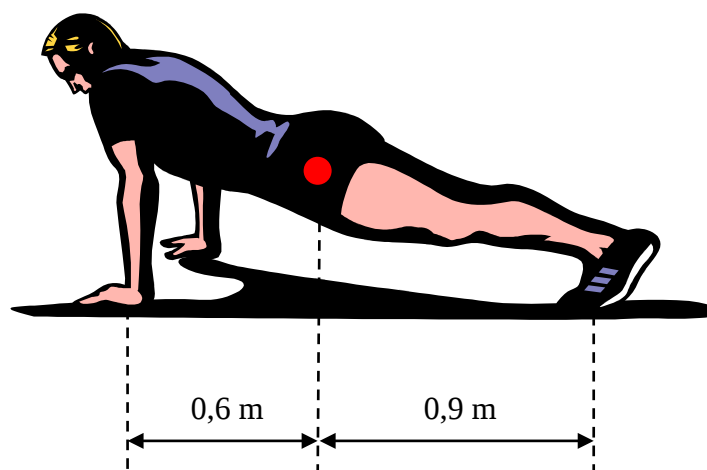


Fig. 5

6. Due ragazzi stanno spostando una cassaforte di massa 200 kg posta su un tavolo di lunghezza 4 m e di massa 10 kg. Determinare l'intensità della forza che i due ragazzi devono sviluppare per spostare la cassaforte sul tavolo (fig. 6).

[1274 N; 784 N]

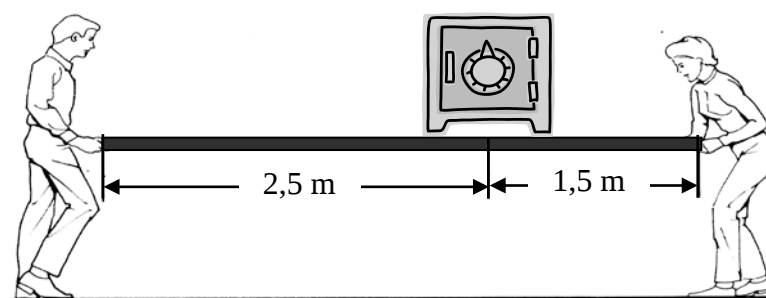


Fig. 6

7. Un disco ruota attorno all'asse rispetto al quale ha il momento d'inerzia $0,24 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$, con un periodo di $0,8 \text{ s}$. Determinare l'energia cinetica.

[7,4 J]

8. Un pallone di massa $0,48 \text{ kg}$ è in volo con velocità di 15 m/s e nello stesso tempo ruota intorno al proprio asse avendo il momento d'inerzia $2\cdot 10^{-3} \text{ kg}\cdot\text{m}^2$, con velocità angolare di 70 rad/s . Determinare la sua energia cinetica.

[58,9 J]



Fig. 7

9. Durante la messa in rotazione di un volano con il momento d'inerzia di $20 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$ viene eseguito un lavoro di 1 MJ . Con quale frequenza il volano ruota?

[50,3 Hz]

10. Determinare l'energia cinetica di un cilindro di spianamento di massa 500 kg e di raggio $0,2 \text{ m}$, sapendo che il cilindro ruota su un prato senza slittare con velocità di 6 m/s (fig. 8).

[13,5 kJ]



Fig. 8

11. Un disco omogeneo di raggio $0,22 \text{ m}$ e di massa 2 kg è in volo con velocità 5 m/s e contemporaneamente ruota attorno al proprio asse di rotazione con un periodo di $0,2 \text{ s}$. Determinare l'energia cinetica (fig. 9).

[48,9 J]

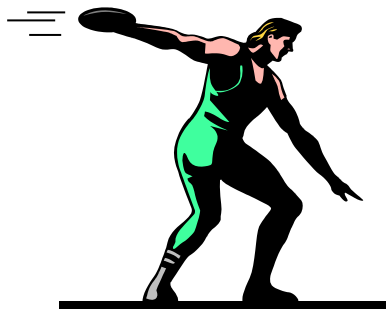


Fig. 9

12. Determinare la massa m_2 del corpo a condizione di equilibrio del sistema delle macchine semplici (fig.10).

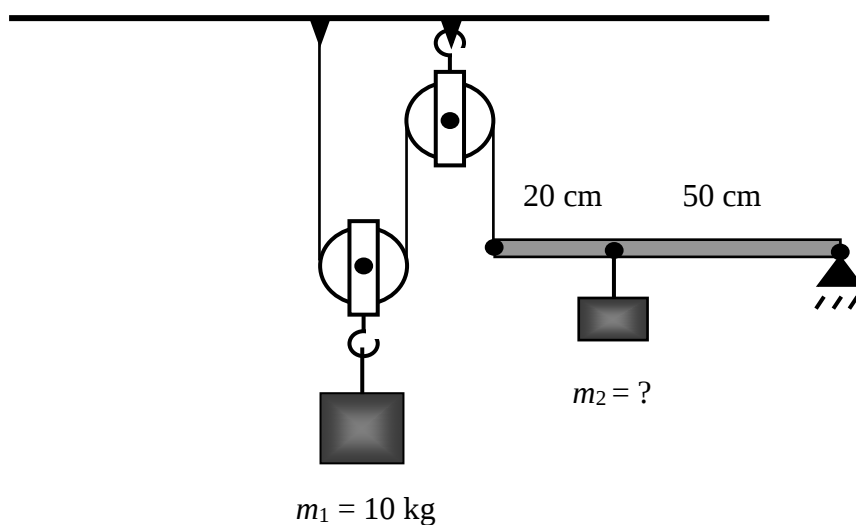


Fig. 10

13. Determinare la forza da applicare a condizione di equilibrio del sistema delle macchine semplici (fig. 11).

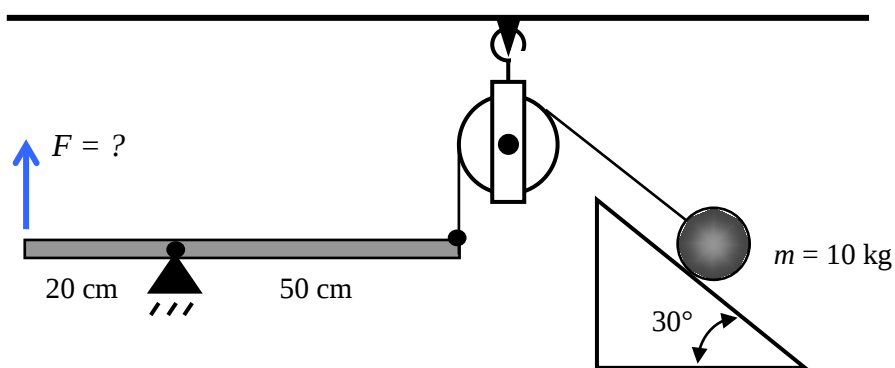


Fig. 11