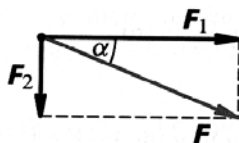


Řešení

$$m = 13 \text{ kg}, F_1 = 60 \text{ N}, F_2 = 25 \text{ N}; a = ?, \alpha = ?$$

Podle druhého pohybového zákona je zrychlení přímo úměrné výslednici sil působících na těleso a nepřímo úměrné hmotnosti tělesa. Výslednici sil $\mathbf{F} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2$ sestojíme pomocí vektorového rovnoběžníku (obr. 3-4). Velikost výslednice je $F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} = 65 \text{ N}$. Velikost zrychlení je $a = F/m = 5,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$. Zrychlení $\mathbf{a}$ má stejný směr jako výslednice sil $\mathbf{F}$. Úhel α , který svírá výslednice sil, a tedy i zrychlení se silou $\mathbf{F}_1$, určíme např. ze vztahu $\tan \alpha = F_2/F_1$. Pro dané hodnoty je $\tan \alpha = 0,42$, odtud $\alpha = 23^\circ$.

Zrychlení tělesa má velikost $5,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ a svírá se silou o velikosti 60 N úhel 23° .



3-4 K řešenému příkladu

Zvláštní případ nastane, je-li výslednice sil nulová, např. působí-li na těleso dvě stejně velké síly navzájem opačného směru. Těleso má pak nulové zrychlení, je tedy v klidu nebo koná rovnoměrný přímočarý pohyb. Jako příklad můžeme uvést automobil, který jede po přímé vodorovné silnici stálou rychlostí. Tažná síla motoru je stejně velká jako síly tření a odporu vzduchu, výslednice všech sil je nulová.

Druhý pohybový zákon umožňuje **dynamické měření hmotnosti** těles. Jestliže známe velikost výslednice sil působících na těleso a změříme velikost jeho zrychlení, pak vypočteme hmotnost ze vztahu $m = F/a$. Dynamické měření hmotnosti má velký význam tehdy, když není možné měřit hmotnost vážením, např. v atomové fyzice při měření hmotnosti elementárních částic nebo v astrofyzice při určování hmotnosti hvězd.

Z druhého pohybového zákona vyplývá, že na těleso, které se pohybuje se stálým zrychlením, působí konstantní výsledná síla. Příkladem pohybu s konstantním zrychlením je volný pád. Ve vakuu padají všechna tělesa s konstantním zrychlením $\mathbf{g}$. Tíhové zrychlení uděluje tělesům **tíhová síla** $\mathbf{F}_G$, kterou jsou všechna tělesa přitahována k Zemi. Podle druhého pohybového zákona působí na těleso o hmotnosti m tíhová síla

$$\mathbf{F}_G = m\mathbf{g}.$$

Tíhová síla směřuje stejně jako tíhové zrychlení vždy svisle dolů.

Úlohy

- 1 Vozík stojící na vodorovné podlaze roztlačoval chlapec vodorovnou silou o velikosti 80 N . Vozík nabyl za dobu $4,0 \text{ s}$ rychlosti $2,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Jaká byla hmotnost vozíku? Tření a odpor vzduchu zanedbejte. [160 kg]
- 2 Automobil o hmotnosti 800 kg se rozjíždí z klidu. Motor působí tažnou silou o velikosti 500 N , proti pohybu působí vlivem tření a odporu vzduchu síla o velikosti 100 N . S jak velkým zrychlením se automobil rozjíždí? [0,5 m · s⁻²]
- 3 Vypočítejte velikost tíhové síly působící na člověka o hmotnosti 60 kg a) na povrchu Země, b) na povrchu Měsíce, kde je tíhové zrychlení šestkrát menší než na Zemi. [a) 600 N; b) 100 N]

3.5 Hybnost hmotného bodu

V kinematice jsme charakterizovali pohybový stav hmotného bodu především jeho rychlostí. Z hlediska dynamiky to však nestačí. Chceme-li např. na dané dráze zastavit naložený vozík, musíme na něj působit větší silou než na prázdný vozík, který jede stejnou rychlostí. V dynamice je pohybový stav určen nejen rychlostí tělesa, ale také jeho hmotností.

Pro vyjádření pohybového stavu tělesa používáme fyzikální veličinu, nazvanou **hybnost tělesa**. Nahradíme-li těleso hmotným bodem, jde o **hybnost hmotného bodu**.*

Hybnost $\mathbf{p}$ hmotného bodu je vektorová fyzikální veličina, definovaná jako součin hmotnosti a okamžité rychlosti hmotného bodu:

$$\mathbf{p} = m\mathbf{v}$$

* Pojem hybnost zavedl již RENÉ DESCARTES (dékart; 1596–1650), vynikající francouzský matematik a filozof. Hybností nazýval „množství pohybu“ a myslel tím součin $m\mathbf{v}$, v dnešní terminologii tedy velikost hybnosti.

působí tyčinka na magnet. Je zřejmé, že se obě síly navzájem neruší: vlivem akce se pohybuje ocelová tyčinka, vlivem reakce magnet.

Z druhého pohybového zákona víme, že síla uděluje tělesu zrychlení. Zrychlení však nezávisí jen na síle, ale také na hmotnosti tělesa. Zrychlení těles, která na sebe působí akcí a reakcí, proto obvykle nejsou stejně velká. Uvažujme kámen, který padá k Zemi. Země na tento kámen působí tíhovou silou F_G , kterou nazveme akce. Vlivem této síly padá kámen k Zemi s tíhovým zrychlením g . Podle třetího pohybového zákona působí kámen na Zemi stejně velkou silou opačného směru, kterou nazveme reakce. Země se ovšem vlivem této síly nedá do měřitelného pohybu směrem svise vzhůru, neboť má vzhledem ke kameni obrovskou hmotnost a její zrychlení je zcela zanedbatelné.

Úlohy

- 1 Dva chlapci táhnou nit za opačné konce. Každý působí silou o velikosti 50 N. Přetrhne se nit, jestliže vydrží ještě tah silou o velikosti 80 N?
- 2 Ve kterém případě udělují síly vzájemného působení mezi tělesy oběma tělesům stejně velká zrychlení?
- 3 Dva chlapci jsou v loďkách plujících na hladině jezera. Chlapec v jedné loďce odstrkuje veslem druhou loďku. Která z loďek se dá do pohybu?
- 4 Dvě dívky o hmotnostech 30 kg a 50 kg jsou na kolečkových bruslích a přitahují se k sobě pomocí provazu. Jedna dívka táhne za provaz silou o velikosti 15 N, druhá jej jen pevně drží. Jak velkou silou táhne druhá dívka? Jak velká jsou zrychlení dívek? Tření a odpor vzduchu neuvažujte.
[15 N, $0,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$, $0,3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$]

3.8 Zákon zachování hybnosti

Uvažujme nejprve dvě tělesa, která na sebe navzájem působí silami podle třetího pohybového zákona, tj. akcí a reakcí, přitom však na ně nepůsobí silami žádná jiná tělesa. Taková dvě tělesa tvoří **izolovanou soustavu těles**.

V praxi není možné vzdálit tělesa od ostatních těles tak, aby na ně tato tělesa nepůsobila. Zkoumaná dvě tělesa jsou např. stále v tíhovém poli Země. Toto silové působení však může být kompenzováno. Na vozíček, který se pohybuje po vodorovných kolejnicích, působí tíhová síla, ta je však kompenzována stejně

velkou silou opačného směru, kterou na vozíček působí kolejnice. Výslednice obou sil je tedy nulová. Dva takové vozíčky na týchž kolejnicích pak mohou představovat izolovanou soustavu těles.

Uvažujme nyní, jaký vliv mají síly vzájemného působení na hybnost izolované soustavy těles. Celková hybnost soustavy je dána vektorovým součtem hybností obou těles:

$$\mathbf{p} = \mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2$$

Tělesa na sebe navzájem působí akcí a reakcí. Označme $\mathbf{F}_1$ sílu působící na první těleso, $\mathbf{F}_2$ sílu působící na druhé těleso. Počáteční hybnost prvního tělesa označme $\mathbf{p}_{01}$, počáteční hybnost druhého tělesa označme $\mathbf{p}_{02}$. Za dobu Δt vzájemného silového působení se hybnosti těles změní na $\mathbf{p}_1$ a $\mathbf{p}_2$. Změna hybnosti prvního tělesa je $\Delta \mathbf{p}_1 = \mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_{01}$, změna hybnosti druhého tělesa je $\Delta \mathbf{p}_2 = \mathbf{p}_2 - \mathbf{p}_{02}$. Podle druhého pohybového zákona platí

$$\mathbf{F}_1 = \frac{\Delta \mathbf{p}_1}{\Delta t}, \quad \mathbf{F}_2 = \frac{\Delta \mathbf{p}_2}{\Delta t}.$$

Pro síly vzájemného působení platí $\mathbf{F}_1 = -\mathbf{F}_2$, doba Δt vzájemného působení je pro obě tělesa stejná. Odtud vyplývá pro změny hybnosti vztah $\Delta \mathbf{p}_1 = -\Delta \mathbf{p}_2$. Změny hybnosti jsou stejně velké a mají opačný směr. Pro hybnosti těles tedy platí vztah

$$\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_{01} = -(\mathbf{p}_2 - \mathbf{p}_{02})$$

a odtud po úpravě

$$\mathbf{p}_{01} + \mathbf{p}_{02} = \mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2.$$

Můžeme vyslovit **zákon zachování hybnosti**:

Celková hybnost izolované soustavy těles se vzájemným silovým působením těles nemění.

Zákon zachování hybnosti, který jsme odvodili pro izolovanou soustavu dvou těles, platí i pro izolovanou soustavu s libovolným počtem těles. Hybnosti jednotlivých těles se vlivem sil vzájemného působení mezi tělesy mění, jejich vektorový součet neboli celková hybnost soustavy je však konstantní.

Uveďme ještě, že v izolované soustavě těles platí také zákon zachování hmotnosti:

Celková hmotnost izolované soustavy těles je konstantní.

Řešení

$m = 0,050 \text{ kg}$, $l = 0,80 \text{ m}$, $g = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$, $r = 0,30 \text{ m}$;

a) $F_d = ?$, b) $v = ?$

a) Kulička koná rovnoměrný pohyb po kružnici, proto je výslednice sil, které na ni působí, totožná s dostředivou silou F_d . Na kuličku působí tíhová síla F_G a tahová síla F_1 , kterou působí vlákno. Výslednice sil $F_d = F_1 + F_G$. Podle obr. 3-16 je velikost výslednice $F_d = F_G \tan \alpha$.

Dosadíme-li $F_G = mg$, $\tan \alpha = r / \sqrt{l^2 - r^2}$, je velikost výslednice

$$F_d = mg \frac{r}{\sqrt{l^2 - r^2}}.$$

Pro dané hodnoty je $F_d = 0,20 \text{ N}$.

b) Pro velikost dostředivé síly platí vztah $F_d = mv^2/r$, z něhož vyjádříme velikost rychlosti kuličky

$$v = \sqrt{\frac{F_d r}{m}}.$$

Pro dané hodnoty je $v = 1,1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

Na kuličku působí výsledná síla o velikosti $0,20 \text{ N}$, směřující do středu kružnice, rychlost kuličky je $1,1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

Úlohy

- 1 Které síly působí na vlak projíždějící rovnoměrným pohybem zatáčkou? Jaký směr má výslednice těchto sil?
- 2 Sportovec při hodu kladivem roztáčí kladivo o hmotnosti $7,25 \text{ kg}$ po kružnici o poloměru $1,80 \text{ m}$ tak, že vykoná jednu otočku za $0,45 \text{ s}$. Jak velkou dostředivou sílu musí vyvinout? [$2,5 \text{ kN}$]
- 3 Při hodu diskem roztáčí atlet disk o hmotnosti $2,0 \text{ kg}$ po kružnici o poloměru $1,1 \text{ m}$, přičemž na něj působí dostředivou silou o velikosti 900 N . Jaké rychlosti disk dosáhne? [$22 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$]

3.11 Inerciální vztažné soustavy. Galileiho princip relativity

Pro běžné pohyby probíhající na povrchu Země nebo v jeho blízkosti můžeme s dostatečnou přesností pokládat vztažnou soustavu spojenou s povrchem Země za inerciální.

Můžeme se přesvědčit, že v soustavách, které se vzhledem k povrchu Země pohybují rovnoměrně přímočaře, probíhají všechny mechanické děje stejně jako na povrchu Země. Na palubě lodi, která pluje rovnoměrným přímočarým pohybem, padají volně puštěná tělesa směrem dolů s tíhovým zrychlením stejně jako na povrchu Země. Podobně je tomu ve vagonu vlaku, který jede stálou rychlostí po přímé vodorovné trati.

Cestující ve vlaku nebo na lodi, pokud nemá možnost pozorovat okolí, nemůže žádným mechanickým pokusem zjistit, zda se vztažná soustava spojená s vlakem nebo lodí pohybuje, jak velkou rychlostí a kterým směrem. Rovnoměrný přímočarý pohyb vztažné soustavy vzhledem k povrchu Země nerozliší pozorovatel uvnitř soustavy od klidu.

Zobecněním úvah o inerciálních vztažných soustavách dospěli fyzikové již v 17. století k obecně platnému závěru, **k mechanickému principu relativity**, který nazýváme také **Galileiho princip relativity**:

Zákony mechaniky jsou stejné ve všech inerciálních vztažných soustavách. Rovnice, které je vyjadřují, mají stejný tvar.

Skutečnost, že zákony mechaniky platí ve všech inerciálních vztažných soustavách, však neznamená, že i hodnoty všech fyzikálních veličin, které popisují pohybový stav tělesa, musí být ve všech inerciálních soustavách stejné.

Uvažujme předmět, který padá ve vagonu vlaku volným pádem. Vzhledem k vagonu je trajektorie předmětu část svislé přímky, vzhledem k povrchu Země je trajektorie část křivky (paraboly). Velikost rychlosti, kterou předmět dopadne na podlahu, je vzhledem k vagonu dána rychlostí volného pádu, vzhledem k povrchu Země se rychlost volného pádu skládá s rychlostí, kterou se pohybuje vagon. Podstatné je, že vzhledem k vagonu i vzhledem k povrchu Země má předmět **stejně zrychlení**, v obou soustavách se pohybuje s tíhovým zrychlením. Podle druhého pohybového zákona tedy v **obou vztažných soustavách působí na předmět stejná síla** – v našem případě tíhová síla.

5. Předpokládejte, že se Země pohybuje kolem Slunce rovnoměrným pohybem po kružnici o poloměru 149,6 milionu kilometrů. Vypočítejte velikost rychlosti Země a velikost jejího zrychlení.

$$[29,8 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}, 5,9 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}]$$

6. Kolo traktoru má poloměr 0,6 m. Jakou úhlovou rychlostí se otáčí kolo, jede-li traktor rychlostí $9 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$?

$$[15 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}]$$

7. Hmotný bod se pohybuje rovnoměrným pohybem po kružnici. Jak se změní rychlost bodu a jeho zrychlení, vzroste-li úhlová rychlost pohybu na dvojnásobek?

[rychlost se zvětší dvakrát, zrychlení čtyřikrát]

8. Automobil projíždí zatáčkou tvaru části kružnice o poloměru 100 m. Jakou největší rychlostí smí řidič jet, nemá-li dostředivé zrychlení automobilu překročit hodnotu $4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$?

$$[20 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}]$$

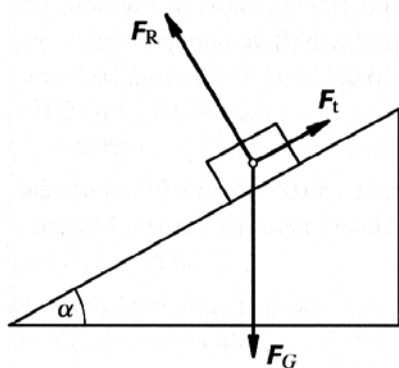
Cvičení 4 DYNAMIKA PŘÍMOČARÉHO POHYBU

Příklad 1

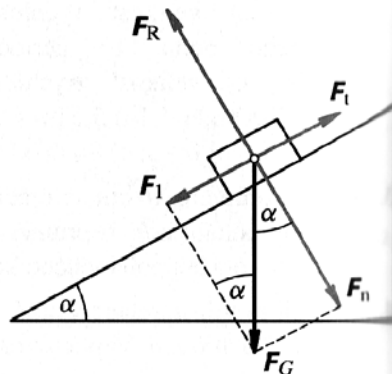
Po nakloněné rovině, která svírá s vodorovnou rovinou úhel 30° , klouže těleso. Součinitel smykového tření mezi tělesem a rovinou je 0,35. Vypočítejte zrychlení tělesa.

Řešení

$$\alpha = 30^\circ, f = 0,35, g = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}; a = ?$$



C4-1



C4-2

Na těleso působí Země tíhovou silou F_G ve svislém směru, nakloněná rovina reakcí F_R ve směru kolmém k rovině a třecí síla F_t ve směru rovnoběžném s rovinou (obr. C4-1). Výslednice sil, udělující tělesu zrychlení, je vektorovým součtem těchto sil, tedy

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_G + \mathbf{F}_R + \mathbf{F}_t.$$

Tíhovou sílu rozložíme na dvě navzájem kolmé složky, $\mathbf{F}_G = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_n$. Složka $\mathbf{F}_1$ je rovnoběžná s nakloněnou rovinou, složka $\mathbf{F}_n$ je k nakloněné rovině kolmá a vytváří kolmou tlakovou sílu (obr. C4-2). Těleso se nemůže pohybovat ve směru kolmém k rovině. Z toho vyplývá, že pohybové účinky sil $\mathbf{F}_n$ a $\mathbf{F}_R$ se navzájem ruší, $\mathbf{F}_R + \mathbf{F}_n = \mathbf{0}$. Pohybový účinek je dán výslednicí sil $\mathbf{F}_1$ a $\mathbf{F}_t$, které jsou rovnoběžné s nakloněnou rovinou. Síly mají navzájem opačný směr, velikost výslednice sil je tedy

$$F = F_1 - F_t.$$

Podle obr. C4-2 je $F_1 = F_G \sin \alpha = mg \sin \alpha$, $F_n = F_G \cos \alpha = mg \cos \alpha$. Velikost třecí síly je $F_t = f F_n = f mg \cos \alpha$.

Výslednice má velikost

$$F = mg \sin \alpha - f mg \cos \alpha.$$

Podle druhého pohybového zákona je velikost zrychlení tělesa

$$a = \frac{F}{m} = \frac{mg \sin \alpha - f mg \cos \alpha}{m},$$

neboli

$$a = g(\sin \alpha - f \cos \alpha).$$

Pro dané hodnoty je $a = 1,9 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

Těleso klouže dolů po nakloněné rovině se zrychlením $1,9 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

Příklad 2

Na niti vedené přes kladku jsou zavěšena závaží o hmotnostech 0,45 kg a 0,55 kg. Určete zrychlení závaží a sílu, kterou je napínána nit. Tření a hmotnost kladky i niti zanedbejte.

Řešení

$$m_1 = 0,45 \text{ kg}, m_2 = 0,55 \text{ kg}, g = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}; a = ?, F = ?$$

Síly působící na každé závaží jsou znázorněny na obr. C4-3. Vlákno je napnuto po celé délce stejně, síly F a F' mají tedy stejnou velikost F . Velikosti tíhových sil jsou $F_{G1} = m_1g$, $F_{G2} = m_2g$.

Délka niti se nemění, proto se obě závaží budou pohybovat se stejně velkým zrychlením, a to tak, že závaží o menší hmotnosti bude stoupat, závaží o větší hmotnosti bude klesat. Podle druhého pohybového zákona je výslednice sil působících na těleso rovna součinu hmotnosti tělesa a jeho zrychlení. Pro závaží o hmotnosti m_1 tedy platí rovnice

$$F - m_1g = m_1a$$

a pro závaží o hmotnosti m_2 rovnice

$$m_2g - F = m_2a.$$

Sečtením levých i pravých stran těchto rovnic dostaneme

$$m_2g - m_1g = m_1a + m_2a$$

a odtud velikost zrychlení

$$a = \frac{(m_2 - m_1)g}{m_1 + m_2}.$$

Velikost síly napínající nit můžeme získat z rovnice pro první nebo druhé závaží:

$$F = m_1(g + a) \quad \text{nebo} \quad F = m_2(g - a).$$

Použijeme-li vztah, který jsme odvodili pro zrychlení, je po úpravě

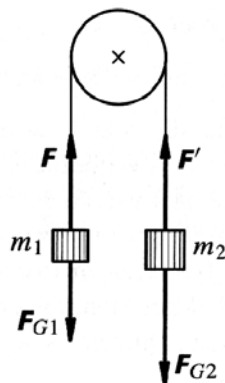
$$F = \frac{2m_1m_2g}{m_1 + m_2}.$$

Pro dané hodnoty je $a = 0,98 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$, $F = 4,9 \text{ N}$.

Závaží se pohybují se zrychlením $0,98 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$, nit je napínána silou $4,9 \text{ N}$.

Úlohy

Pokud není uvedeno jinak, dosazujte za $g = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$. První tři úlohy řešte ve skupinách A a B.



C4-3

Skupina A

1. Brankář chytil míč o hmotnosti $0,4 \text{ kg}$ letící rychlostí $25 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ a zastavil jej za dobu $0,1 \text{ s}$. Jak velkou silou na míč působil?

[100 N]

2. Jak velkou silou musíme působit na bednu o hmotnosti 50 kg při posouvání rovnoměrným pohybem po vodorovné podlaze, je-li součinitel smykového tření mezi bednou a podlahou $0,4$? ($g = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$)

[200 N]

3. Jak velkou silou působí člověk o hmotnosti 75 kg na podlahu kabiny výtahu, když se kabina rozjíždí se zrychlením $2,6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ směrem dolů?

[540 N]

4. Kvádř položený na nakloněnou rovinu svírající s vodorovnou rovinou úhel 30° urazil při nulové počáteční rychlosti dráhu $4,0 \text{ m}$ za dobu $2,0 \text{ s}$. Vypočítejte součinitele smykového tření mezi kvádrem a rovinou.

$$[f = \frac{g \sin \alpha - a}{g \cos \alpha}, \text{ kde } a = \frac{2s}{t^2}. \text{ Číselně je } f = 0,34]$$

5. Při měření součinitele smykového tření bylo zjištěno, že těleso, jemuž byla udělena počáteční rychlost směrem dolů po nakloněné rovině, koná rovnoměrný přímočarý pohyb při úhlu sklonu roviny 23° . Vypočítejte součinitele smykového tření mezi tělesem a rovinou.

[$f = \tan \alpha = 0,42$]

6. Těleso o hmotnosti $0,50 \text{ kg}$ leží na vodorovném stole a je uváděno do pohybu závažím o hmotnosti $0,20 \text{ kg}$, které je k němu připevněno nití vedenou přes kladku (obr. C4-4). Součinitel smykového tření mezi tělesem a povrchem stolu je $0,20$. Určete zrychlení tělesa a sílu, kterou je napínána nit. Hmotnost kladky i niti zanedbejte.

$$[a = \frac{g(m_2 - fm_1)}{m_1 + m_2} = 1,4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}, F = 1,7 \text{ N}]$$

Skupina B

1. Na vozík o hmotnosti 50 kg , který je v klidu, začne působit stálá síla o velikosti 100 N . Jak velké rychlosti dosáhne vozík za dobu 5 s ? Tření a odpor vzduchu neuvažujte.

[$10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$]

2. Při měření součinitele smykového tření bylo zjištěno, že kvádř o hmotnosti $0,2 \text{ kg}$ koná rovnoměrný přímočarý pohyb po vodorovné podložce, působí-li na něj ve směru pohybu síla o velikosti $0,4 \text{ N}$. Jakou hodnotu má součinitel smykového tření? ($g = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$)

[0,2]

3. Jak velkou silou působí člověk o hmotnosti 75 kg na podlahu kabiny výtahu, jestliže se kabina rozjíždí se zrychlením $2,6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ směrem vzhůru?

[930 N]

a současně pro ni platí vztah

$$F_s = m\omega^2 r.$$

Porovnáním obou výrazů dostaneme opět

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\omega^2 r}{g},$$

tedy stejný vztah, k němuž jsme dospěli při řešení úlohy v inerciální vztažné soustavě. Pro dané hodnoty je $\operatorname{tg} \alpha = 0,62$, úhel $\alpha = 32^\circ$.

Závěs sedačky kolotoče svírá se svislým směrem úhel 32° .

Příklad 2

Automobil projíždí vodorovnou neklopenou zatáčkou o poloměru 120 m. Jakou největší rychlostí může řidič jet, aniž by automobil dostal smyk, je-li součinitel smykového tření mezi pneumatikami a povrchem vozovky 0,30?

Řešení

$$r = 120 \text{ m}, \quad f = 0,30, \quad g = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}; \quad v_{\max} = ?$$

Úlohu budeme řešit v neinerciální vztažné soustavě spojené s automobilem. Na automobil působí tíhová síla F_G svisle dolů a setrvačná odstředivá síla F_s , směřující ven ze zatáčky (obr. C5-3). Tíhová síla je kompenzována tlakovou silou, kterou na automobil působí vozovka, setrvačná síla je kompenzována třecí silou, která směřuje do středu kružnice, po níž se automobil pohybuje (tyto síly nejsou na obr. C5-3 nakresleny).

Velikost setrvačné síly je

$$F_s = \frac{mv^2}{r},$$

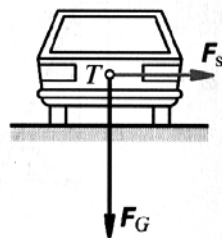
velikost třecí síly může mít maximální hodnotu

$$F_t = f F_G = f mg,$$

neboť kolmá tlaková síla je při vodorovném povrchu vozovky rovna tíhové síle.

Má-li automobil projet zatáčkou bez smyku, nesmí velikost odstředivé setrvačné síly překročit velikost třecí síly. Podmínka pro projetí zatáčkou bez smyku je tedy

$$F_t \geq F_s,$$



C5-3

neboli

$$fmg \geq \frac{mv^2}{r}.$$

Odtud pro rychlost automobilu dostaneme

$$v \leq \sqrt{f r g}.$$

Maximální rychlost, při níž automobil projede zatáčkou bez smyku, je

$$v_{\max} = \sqrt{f r g}.$$

Pro dané hodnoty je $v_{\max} \doteq 19 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

Řidič může projet zatáčkou maximální rychlostí $19 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

Úlohy

Pokud není uvedeno jinak, dosazujte za $g = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$. První dvě úlohy řešte ve skupinách A a B.

Skupina A

1. Kulička o hmotnosti 0,10 kg opisuje kružnici o poloměru 0,40 m úhlovou rychlostí $25 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$. Jak velká dostředivá síla na ni působí? [25 N]
2. Motocyklista o hmotnosti 60 kg projíždí zatáčkou o poloměru 100 m, přičemž na něj působí setrvačná odstředivá síla o velikosti 240 N. Jak velkou rychlostí jede? [20 m · s⁻¹]
3. Motocyklista projíždí vodorovnou neklopenou zatáčkou o poloměru 50 m, součinitel smykového tření mezi pneumatikami a povrchem vozovky je 0,40. Určete a) maximální rychlost, při níž projede zatáčkou bez smyku, b) úhel, o který se musí odklonit od svislého směru.
4. Zatáčka závodní dráhy má poloměr 24 m a je klopena pod úhlem 25° . Jak velkou rychlostí projíždí zatáčkou automobil, je-li výslednice tíhové síly a odstředivé setrvačné síly kolmá k povrchu vozovky?

$$[a) v_{\max} = \sqrt{f r g} = 14 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}; \quad b) \operatorname{tg} \alpha = \frac{v_{\max}^2}{r g} = 0,40, \quad \alpha = 22^\circ]$$

$$[v = \sqrt{r g \operatorname{tg} \alpha} = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}]$$

Skupina B

1. Cyklista o hmotnosti 60 kg projíždí rychlostí $10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ zatáčkou tvaru části kružnice o poloměru 50 m. Jak velká dostředivá síla na něj působí? [120 N]
2. Na vodorovné desce, která se otáčí s frekvencí 3,0 Hz, je ve vzdálenosti 0,25 m od osy upevněna pomocí siloměru kulička o hmotnosti 0,20 kg. Jakou sílu ukazuje siloměr? [18 N]

5. Letadlo se pohybuje stálou rychlostí $80 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ po kruhové smyčce o poloměru 410 m ve svislé rovině. Jak velkou silou působí pilot o hmotnosti 81 kg na pilotní křeslo a) v nejnižším bodě trajektorie letadla, b) v nejvyšším bodě trajektorie letadla?

$$[a) F = m \left(g + \frac{v^2}{r} \right) = 2060 \text{ N}; b) F = m \left(\frac{v^2}{r} - g \right) = 470 \text{ N}]$$

6. Automobil o hmotnosti 1000 kg jede po vypuklém mostě rychlostí $72 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$. Poloměr mostu, který má tvar kruhového oblouku, je 100 m . Určete a) sílu, kterou působí automobil na most v okamžiku, kdy projíždí jeho nejvyšším bodem, b) rychlost, při které by tato síla byla nulová.

$$[a) 5800 \text{ N}; b) 113 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}]$$

7. Jak velká setrvačná odstředivá síla působí na těleso o hmotnosti 10 kg , které leží na zemském rovníku? Úhlová rychlost rotace Země je $7,29 \cdot 10^{-5} \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$, rovníkový poloměr Země je 6380 km . $[0,34 \text{ N}]$

8. Pro stavbu budoucích kosmických lodí se počítá s tím, že tíhovou sílu v lodi nahradí setrvačná odstředivá síla. S jakou periodou by se musela otáčet loď, aby ve vzdálenosti 25 m od osy otáčení byla setrvačná odstředivá síla stejně velká jako tíhová síla působící na povrchu Země? $[10 \text{ s}]$

Cvičení 6 MECHANICKÁ PRÁCE, VÝKON A ÚČINNOST

Příklad 1

Jakou práci vykonáme, posuneme-li rovnoměrným pohybem těleso o hmotnosti 20 kg do vzdálenosti $5,0 \text{ m}$ vzhůru po nakloněné rovině, která svírá s vodorovnou rovinou úhel 30° ? Součinitel smykového tření mezi tělesem a rovinou je $0,20$.

Řešení

$$m = 20 \text{ kg}, s = 5,0 \text{ m}, \alpha = 30^\circ, f = 0,20, g = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}; W = ?$$

Tíhovou sílu F_G působící na těleso rozložíme na dvě navzájem kolmé složky F_1 a F_n (obr. C6-1). Na těleso působíme silou F_2 , která je rovnoběžná s nakloněnou rovinou a při posouvání tělesa koná práci. Proti pohybu tělesa směřuje třecí síla F_t , jejíž velikost je $F_t = f F_n$. Pohybový účinek síly F_n se ruší reakcí podložky $F_R = -F_n$.

Jestliže se těleso posouvá vzhůru po nakloněné rovině rovnoměrným po-

hybem, je výslednice sil, které na ně působí, nulová. To znamená, že velikost síly F_2 je rovna součtu velikostí sil F_1 a F_t , tedy $F_2 = F_1 + F_t$.

Podle obr. C6-1 je $F_1 = F_G \sin \alpha$, $F_n = F_G \cos \alpha$, velikost třecí síly je $F_t = f F_n = f F_G \cos \alpha$. Dosadíme-li $F_G = mg$, máme pro velikost síly F_2 vztah

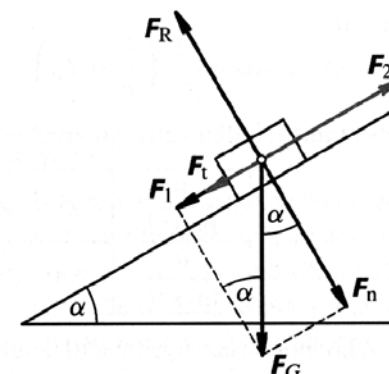
$$F_2 = mg(\sin \alpha + f \cos \alpha).$$

Práce, kterou tato síla vykoná na dráze s , je

$$W = F_2 s = mgs(\sin \alpha + f \cos \alpha).$$

Pro dané hodnoty je $W = 660 \text{ J}$.

Při posunutí tělesa vzhůru po nakloněné rovině vykonáme práci 660 J .



C6-1

Příklad 2

Automobil o hmotnosti 1000 kg jede po přímé vodorovné silnici rychlostí $5,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Při této rychlosti řidič přidá plyn a udržuje výkon motoru na hodnotě 36 kW . Proti pohybu automobilu působí stálá odporová síla o velikosti 1200 N . Odvoďte vztah pro závislost velikosti zrychlení automobilu na jeho rychlosti. Sestrojte graf závislosti zrychlení automobilu na jeho rychlosti a určete, jaké maximální rychlosti automobil za daných podmínek dosáhne.

Řešení

$$m = 1000 \text{ kg}, P = 36000 \text{ W}, F_o = 1200 \text{ N}; a = ?, v_{\max} = ?$$

Motor automobilu působí tažnou silou, pro jejíž velikost platí vztah

$$F_1 = \frac{P}{v}.$$

Výsledná síla působící na automobil má velikost

$$F = F_1 - F_o = \frac{P}{v} - F_o.$$

Podle druhého pohybového zákona je velikost zrychlení automobilu

$$a = \frac{F}{m},$$