

Kvadr působí na podložku tlakovou silou F_n , kolmou k podložce. V našem případě je podložka vodorovná, tlaková síla je tedy rovna tíhové síle působící na kvadr. Nyní kolmou tlakovou silu zvětšíme tím, že na kvadr položíme závaží. Zjistíme, že se třecí síla zvětšila; k tomu, aby se kvadr pohyboval rovnoměrně, je nyní třeba zvětšit zavěšené závaží. **Velikost třecí síly je přímo úměrná velikosti kolmé tlakové síly.** Pro velikost třecí síly platí vztah

$$F_t = f F_n,$$

kde f je **součinitel smykového tření**.

Součinitel smykového tření f je fyzikální veličina s rozměrem 1. Závisí na **jakosti stykových ploch**, tj. na tom, z jakých látek jsou zhotovena tělesa a jak je opracován jejich povrch. O závislosti součinitele smykového tření, a tím i velikosti třecí síly na jakosti povrchů se můžeme přesvědčit pokusem tak, že podložku (nebo plochu kvádrů) pokryjeme plstí, papírem, sklem apod.

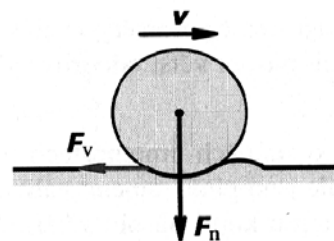
Při pokusech, jimiž jsme zjišťovali vlastnosti třecí síly, jsme vždy uvedli kvadr do pohybu mírným postrčením. Položme nyní kvadr na podložku a zvětšujeme závaží tak, aby se kvadr dal do pohybu bez postrčení. Zjistíme, že síla potřebná k uvedení kvádrů do pohybu je větší než síla, která udržuje kvadr v rovnoměrném pohybu. Za klidu působí mezi kvádrem a podložkou **klidové tření**.

Součinitel klidového tření f_0 je za jinak stejných podmínek vždy větší než součinitel f smykového tření. Třecí síla při klidovém tření může nabýt maximální hodnoty $F_t = f_0 F_n$. Hodnoty součinitele smykového i klidového tření pro různé kombinace látek najdeme v MFChT.

Tření je v mnoha případech velmi užitečné. Třecí síly umožňují naši chůzi a jízdu motorových vozidel. Proto se při náledí chodníky i vozovky posypávají. V praxi umožňuje třecí síla přenos pohybu pomocí řemenic nebo třecí spojky, spojování těles hřebíky, nýty, šrouby apod., umožňuje také rozeznívání smyčkových hudebních nástrojů.

Často je však tření škodlivé, např. v ložiscích kol motorových vozidel a strojů. Třecí síly se pak zmenšují mazáním stykových ploch a jejich vyhlazováním.

Valivý odpor vzniká vždy, když se pevné těleso kruhového průřezu valí po pevné podložce (obr. 3-13). Působením kolmé tlakové síly F_n se těleso i podložka poněkud deformuje. Deformace vyvolává **odporovou sílu** F_v , působící na těleso a směřující proti směru jeho pohybu.



3-13 Vznik valivého odporu

Pokusy bylo zjištěno, že **velikost odporové síly** F_v je přímo úměrná velikosti kolmé tlakové síly F_n . Kromě toho však velikost odporové síly závisí také na poloměru R valícího se tělesa. Čím menší je tento poloměr, tím větší je odporová síla. Pro velikost odporové síly platí vztah

$$F_v = \xi \frac{F_n}{R},$$

kde ξ (čti kxi) je **rameno valivého odporu**. Jednotkou ramena valivého odporu je *metr* (m). Jeho hodnota závisí na materiálech, z nichž je zhotoveno těleso a podložka, a také na úpravě jejich povrchů.

Za jinak stejných podmínek je odporová síla při valení mnohem menší než třecí síla při smykovém tření. Proto v praxi často nahrazujeme smýkání těles jejich valením. Při přemísťování těžkých břemen podkládáme mezi břemeno a podlahu válečky. Pro uložení hřídelů ve strojích nebo kol motorových vozidel používáme kuličková nebo válečková ložiska.

Úlohy

Za velikost tíhového zrychlení dosazujte $g = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

- 1 Uveďte příklady z praxe, kdy je smykové tření a) užitečné, b) škodlivé.
- 2 Jak velkou silou musíme působit na bednu o hmotnosti 200 kg, abychom ji posouvali rovnoměrným pohybem po vodorovné podlaze, je-li součinitel smykového tření mezi bednou a podlahou 0,2 ? [400 N]
- 3 Jaká je nejkratší vzdálenost, na které může zastavit automobil, který jede po vodorovné silnici rychlostí $72 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$, je-li součinitel smykového tření mezi pneumatikami a povrchem vozovky 0,25 ? Předpokládejte, že automobil jede s vyraženým rychlostním stupněm, a všechny další odporové síly zanedbejte. [80 m]

5. Předpokládejte, že se Země pohybuje kolem Slunce rovnoměrným pohybem po kružnici o poloměru 149,6 milionu kilometrů. Vypočítejte velikost rychlosti Země a velikost jejího zrychlení.

$$[29,8 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}, 5,9 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}]$$

6. Kolo traktoru má poloměr 0,6 m. Jakou úhlovou rychlostí se otáčí kolo, jede-li traktor rychlostí $9 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$?

$$[15 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}]$$

7. Hmotný bod se pohybuje rovnoměrným pohybem po kružnici. Jak se změní rychlost bodu a jeho zrychlení, vzroste-li úhlová rychlost pohybu na dvojnásobek?

$$[\text{rychlost se zvětší dvakrát, zrychlení čtyřikrát}]$$

8. Automobil projíždí zatáčkou tvaru části kružnice o poloměru 100 m. Jakou největší rychlostí smí řidič jet, nemá-li dostředivé zrychlení automobilu překročit hodnotu $4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$?

$$[20 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}]$$

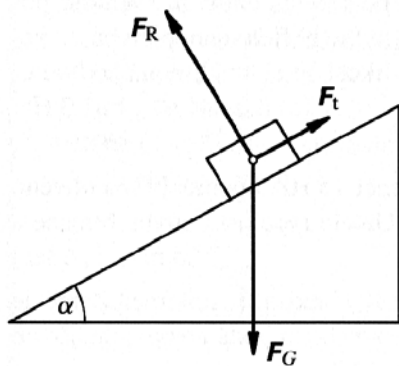
Cvičení 4 DYNAMIKA PŘÍMOČARÉHO POHYBU

Příklad 1

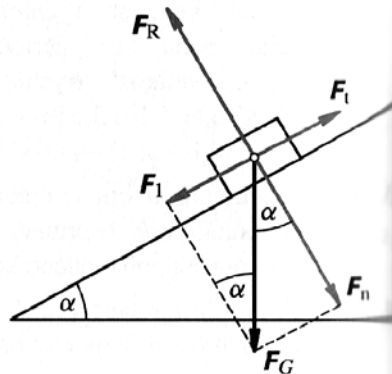
Po nakloněné rovině, která svírá s vodorovnou rovinou úhel 30° , klouže těleso. Součinitel smykového tření mezi tělesem a rovinou je 0,35. Vypočítejte zrychlení tělesa.

Řešení

$$\alpha = 30^\circ, f = 0,35, g = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}; a = ?$$



C4-1



C4-2

Na těleso působí Země tíhovou silou F_G ve svislém směru, nakloněná rovina reakcí F_R ve směru kolmém k rovině a třecí síla F_t ve směru rovnoběžném s rovinou (obr. C4-1). Výslednice sil, udělující tělesu zrychlení, je vektorovým součtem těchto sil, tedy

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_G + \mathbf{F}_R + \mathbf{F}_t.$$

Tíhovou sílu rozložíme na dvě navzájem kolmé složky, $\mathbf{F}_G = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_n$. Složka $\mathbf{F}_1$ je rovnoběžná s nakloněnou rovinou, složka $\mathbf{F}_n$ je k nakloněné rovině kolmá a vytváří kolmou tlakovou sílu (obr. C4-2). Těleso se nemůže pohybovat ve směru kolmém k rovině. Z toho vyplývá, že pohybové účinky sil $\mathbf{F}_n$ a $\mathbf{F}_R$ se navzájem ruší, $\mathbf{F}_R + \mathbf{F}_n = \mathbf{0}$. Pohybový účinek je dán výslednicí sil $\mathbf{F}_1$ a $\mathbf{F}_t$, které jsou rovnoběžné s nakloněnou rovinou. Síly mají navzájem opačný směr, velikost výslednice sil je tedy

$$F = F_1 - F_t.$$

Podle obr. C4-2 je $F_1 = F_G \sin \alpha = mg \sin \alpha$, $F_n = F_G \cos \alpha = mg \cos \alpha$. Velikost třecí síly je $F_t = f F_n = f mg \cos \alpha$.

Výslednice má velikost

$$F = mg \sin \alpha - f mg \cos \alpha.$$

Podle druhého pohybového zákona je velikost zrychlení tělesa

$$a = \frac{F}{m} = \frac{mg \sin \alpha - f mg \cos \alpha}{m},$$

neboli

$$a = g(\sin \alpha - f \cos \alpha).$$

Pro dané hodnoty je $a = 1,9 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

Těleso klouže dolů po nakloněné rovině se zrychlením $1,9 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

Příklad 2

Na niti vedené přes kladku jsou zavěšena závaží o hmotnostech 0,45 kg a 0,55 kg. Určete zrychlení závaží a sílu, kterou je napínána nit. Tření a hmotnost kladky i niti zanedbejte.

Řešení

$$m_1 = 0,45 \text{ kg}, m_2 = 0,55 \text{ kg}, g = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}; a = ?, F = ?$$

Síly působící na každé závaží jsou znázorněny na obr. C4-3. Vlákno je napnuto po celé délce stejně, síly F a F' mají tedy stejnou velikost F . Velikosti tíhových sil jsou $F_{G1} = m_1g$, $F_{G2} = m_2g$.

Délka nití se nemění, proto se obě závaží budou pohybovat se stejně velkým zrychlením, a to tak, že závaží o menší hmotnosti bude stoupat, závaží o větší hmotnosti bude klesat. Podle druhého pohybového zákona je výslednice sil působících na těleso rovna součinu hmotnosti tělesa a jeho zrychlení. Pro závaží o hmotnosti m_1 tedy platí rovnice

$$F - m_1g = m_1a$$

a pro závaží o hmotnosti m_2 rovnice

$$m_2g - F = m_2a.$$

Sečtením levých i pravých stran těchto rovnic dostaneme

$$m_2g - m_1g = m_1a + m_2a$$

a odtud velikost zrychlení

$$a = \frac{(m_2 - m_1)g}{m_1 + m_2}.$$

Velikost síly napínající nit můžeme získat z rovnice pro první nebo druhé závaží:

$$F = m_1(g + a) \quad \text{nebo} \quad F = m_2(g - a).$$

Použijeme-li vztah, který jsme odvodili pro zrychlení, je po úpravě

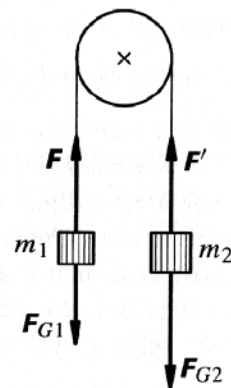
$$F = \frac{2m_1m_2g}{m_1 + m_2}.$$

Pro dané hodnoty je $a = 0,98 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$, $F = 4,9 \text{ N}$.

Závaží se pohybují se zrychlením $0,98 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$, nit je napínána silou $4,9 \text{ N}$.

Úlohy

Pokud není uvedeno jinak, dosazujte za $g = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$. První tři úlohy řešte ve skupinách A a B.



C4-3

Skupina A

1. Brankář chytil míč o hmotnosti $0,4 \text{ kg}$ letící rychlostí $25 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ a zastavil jej za dobu $0,1 \text{ s}$. Jak velkou silou na míč působil?

[100 N]

2. Jak velkou silou musíme působit na bednu o hmotnosti 50 kg při posouvání rovnoměrným pohybem po vodorovné podlaze, je-li součinitel smykového tření mezi bednou a podlahou $0,4$? ($g = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$)

[200 N]

3. Jak velkou silou působí člověk o hmotnosti 75 kg na podlahu kabiny výtahu, když se kabina rozjíždí se zrychlením $2,6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ směrem dolů?

[540 N]

4. Kvádr položený na nakloněnou rovinu svírající s vodorovnou rovinou úhel 30° urazil při nulové počáteční rychlosti dráhu $4,0 \text{ m}$ za dobu $2,0 \text{ s}$. Vypočítejte součinitele smykového tření mezi kvádrem a rovinou.

$$[f = \frac{g \sin \alpha - a}{g \cos \alpha}, \text{ kde } a = \frac{2s}{t^2}. \text{ Číselně je } f = 0,34]$$

5. Při měření součinitele smykového tření bylo zjištěno, že těleso, jemuž byla udělena počáteční rychlost směrem dolů po nakloněné rovině, koná rovnoměrný přímočarý pohyb při úhlu sklonu roviny 23° . Vypočítejte součinitele smykového tření mezi tělesem a rovinou.

[$f = \tan \alpha = 0,42$]

6. Těleso o hmotnosti $0,50 \text{ kg}$ leží na vodorovném stole a je uváděno do pohybu závažím o hmotnosti $0,20 \text{ kg}$, které je k němu připevněno nití vedenou přes kladku (obr. C4-4). Součinitel smykového tření mezi tělesem a povrchem stolu je $0,20$. Určete zrychlení tělesa a sílu, kterou je napínána nit. Hmotnost kladky i nití zanedbejte.

$$[a = \frac{g(m_2 - fm_1)}{m_1 + m_2} = 1,4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}, F = 1,7 \text{ N}]$$

Skupina B

1. Na vozík o hmotnosti 50 kg , který je v klidu, začne působit stálá síla o velikosti 100 N . Jak velké rychlosti dosáhne vozík za dobu 5 s ? Tření a odpor vzduchu neuvažujte.

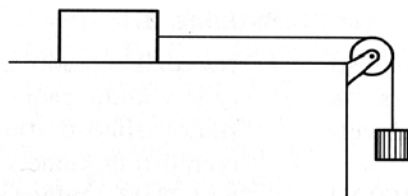
[$10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$]

2. Při měření součinitele smykového tření bylo zjištěno, že kvádr o hmotnosti $0,2 \text{ kg}$ koná rovnoměrný přímočarý pohyb po vodorovné podložce, působí-li na něj ve směru pohybu síla o velikosti $0,4 \text{ N}$. Jakou hodnotu má součinitel smykového tření? ($g = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$)

[0,2]

3. Jak velkou silou působí člověk o hmotnosti 75 kg na podlahu kabiny výtahu, jestliže se kabina rozjíždí se zrychlením $2,6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ směrem vzhůru?

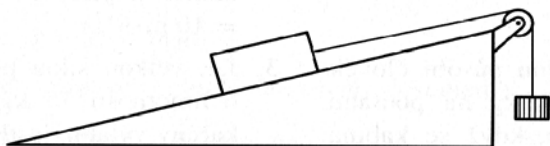
[930 N]



C4-4

7. V nejvyšším bodě nakloněné roviny o délce 1,2 m a výšce 0,3 m je upevněna kladka. Na jednom konci niti, vedené přes kladku, je těleso o hmotnosti 0,50 kg, které leží na nakloněné rovině, na druhém konci visí závaží o hmotnosti 0,14 kg (obr. C4-5). Určete zrychlení pohybu a sílu, kterou je napínána nit. Tření a hmotnost kladky i niti zanedbejte.

[Těleso na nakloněné rovině se pohybuje vzhůru po nakloněné rovině se zrychlením $0,23 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$, závaží klesá se stejně velkým zrychlením. Nit je napínána silou 1,34 N]



C4-5

8. Koule o hmotnosti 2 kg se pohybuje rychlostí $5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ a narazí centrálně na kouli o hmotnosti 8 kg, která je před nárazem v klidu. Při nárazu se obě koule deformují a dále se pohybují společně. Určete jejich rychlost.

[$1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$]

Cvičení 5 DYNAMIKA KŘIVOČARÉHO POHYBU

Příklad 1

Řetízkový kolotoč se otáčí úhlovou rychlostí $1,2 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$, poloměr kružnice, po níž se pohybuje sedačka kolotoče, je 4,2 m. Jaký úhel svírá závěs sedačky se svislým směrem? Řešte a) v inerciální vztažné soustavě spojené s povrchem Země, b) v neinerciální vztažné soustavě spojené s otáčejícím se kolotočem.

Řešení

$$\omega = 1,2 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}, \quad r = 4,2 \text{ m}, \quad g = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}; \quad \alpha = ?$$

- a) V inerciální vztažné soustavě působí na sedačku kolotoče Země tíhovou silou F_G a závěs tahovou silou F_1 (obr. C5-1). Výslednice těchto sil tvoří dostředivou sílu F_d , platí tedy vztah $F_d = F_G + F_1$. Z obr. C5-1 je zřejmé, že pro velikost dostředivé síly platí vztah

$$F_d = F_G \tan \alpha = mg \tan \alpha.$$

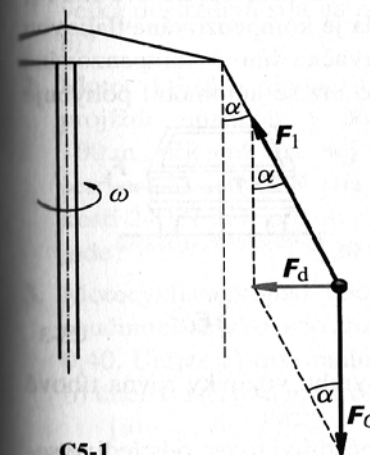
Velikost dostředivé síly můžeme také vyjádřit vztahem

$$F_d = m\omega^2 r.$$

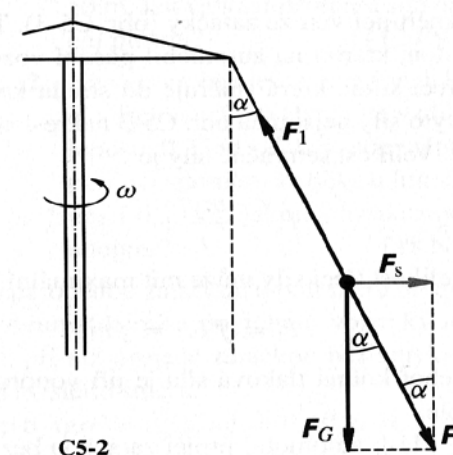
Porovnáním obou vztahů pro dostředivou sílu dostaneme

$$\tan \alpha = \frac{\omega^2 r}{g}.$$

- b) V neinerciální vztažné soustavě spojené s kolotočem působí na sedačku kromě sil F_G a F_1 ještě setrvačná odstředivá síla F_s , směřující od osy otáčení (obr. C5-2). Závěs sedačky zaujme směr síly F' , která je výslednicí tíhové síly F_G a setrvačné síly F_s , tedy $F' = F_G + F_s$. Sedačka je vzhledem k soustavě spojené s kolotočem v klidu. To znamená, že výslednice všech sil, které na ni působí, je nulová. Tahová síla F_1 , kterou na sedačku působí závěs, je stejně velká jako síla F' a má opačný směr.



C5-1



C5-2

Podle obr. C5-2 můžeme velikost setrvačné síly vyjádřit vztahem

$$F_s = F_G \tan \alpha = mg \tan \alpha$$

a současně pro ni platí vztah

$$F_s = m\omega^2 r.$$

Porovnáním obou výrazů dostaneme opět

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\omega^2 r}{g},$$

tedy stejný vztah, k němuž jsme dospěli při řešení úlohy v inerciální vztažné soustavě. Pro dané hodnoty je $\operatorname{tg} \alpha = 0,62$, úhel $\alpha = 32^\circ$.

Závěs sedačky kolotoče svírá se svislým směrem úhel 32° .

Příklad 2

Automobil projíždí vodorovnou neklopenou zatáčkou o poloměru 120 m. Jakou největší rychlostí může řidič jet, aniž by automobil dostal smyk, je-li součinitel smykového tření mezi pneumatikami a povrchem vozovky 0,30?

Řešení

$$r = 120 \text{ m}, \quad f = 0,30, \quad g = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}; \quad v_{\max} = ?$$

Úlohu budeme řešit v neinerciální vztažné soustavě spojené s automobilem. Na automobil působí tíhová síla F_G svisle dolů a setrvačná odstředivá síla F_s směřující ven ze zatáčky (obr. C5-3). Tíhová síla je kompenzována tlakovou silou, kterou na automobil působí vozovka, setrvačná síla je kompenzována třecí silou, která směřuje do středu kružnice, po níž se automobil pohybuje (tyto síly nejsou na obr. C5-3 nakresleny).

Velikost setrvačné síly je

$$F_s = \frac{mv^2}{r},$$

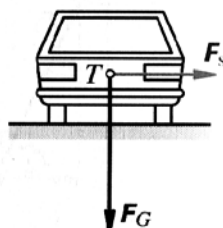
velikost třecí síly může mít maximální hodnotu

$$F_t = fF_G = fmg,$$

neboť kolmá tlaková síla je při vodorovném povrchu vozovky rovna tíhové síle.

Má-li automobil projet zatáčkou bez smyku, nesmí velikost odstředivé setrvačné síly překročit velikost třecí síly. Podmínka pro projetí zatáčkou bez smyku je tedy

$$F_t \geq F_s,$$



C5-3

neboli

$$fmg \geq \frac{mv^2}{r}.$$

Odtud pro rychlost automobilu dostaneme

$$v \leq \sqrt{f r g}.$$

Maximální rychlost, při níž automobil projede zatáčkou bez smyku, je

$$v_{\max} = \sqrt{f r g}.$$

Pro dané hodnoty je $v_{\max} \doteq 19 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

Řidič může projet zatáčkou maximální rychlostí $19 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

Úlohy

Pokud není uvedeno jinak, dosazujte za $g = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$. První dvě úlohy řešte ve skupinách A a B.

Skupina A

1. Kulička o hmotnosti $0,10 \text{ kg}$ opisuje kružnici o poloměru $0,40 \text{ m}$ úhlovou rychlostí $25 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$. Jak velká dostředivá síla na ni působí? [25 N]
2. Motocyklista o hmotnosti 60 kg projíždí zatáčkou o poloměru 100 m , přičemž na něj působí setrvačná odstředivá síla o velikosti 240 N . Jak velkou rychlostí jede? [20 m · s⁻¹]
3. Motocyklista projíždí vodorovnou neklopenou zatáčkou o poloměru 50 m , součinitel smykového tření mezi pneumatikami a povrchem vozovky je $0,40$. Určete a) maximální rychlost, při níž projede zatáčkou bez smyku, b) úhel, o který se musí odklonit od svislého směru.
4. Zatáčka závodní dráhy má poloměr 24 m a je klopena pod úhlem 25° . Jak velkou rychlostí projíždí zatáčkou automobil, je-li výslednice tíhové síly a odstředivé setrvačné síly kolmá k povrchu vozovky?

Skupina B

1. Cyklista o hmotnosti 60 kg projíždí rychlostí $10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ zatáčkou tvaru části kružnice o poloměru 50 m . Jak velká dostředivá síla na něj působí? [120 N]
2. Na vodorovné desce, která se otáčí s frekvencí $3,0 \text{ Hz}$, je ve vzdálenosti $0,25 \text{ m}$ od osy upevněna pomocí siloměru kulička o hmotnosti $0,20 \text{ kg}$. Jakou sílu ukazuje siloměr? [18 N]

[a) $v_{\max} = \sqrt{f r g} = 14 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$; b) $\operatorname{tg} \alpha = v_{\max}^2 / r g = 0,40$, $\alpha = 22^\circ$]

[$v = \sqrt{r g \operatorname{tg} \alpha} = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$]