

Ve výšce h nad zvolenou nulovou hladinou potenciální energie je tíhová potenciální energie E_p hmotného bodu o hmotnosti m

$$E_p = mgh.$$

Při určování tíhové potenciální energie tělesa nahradíme těleso hmotným bodem, umístěným v těžišti tělesa.

Jednotka tíhové potenciální energie je stejná jako jednotka práce, tj. *joule* (J).

Uvažujme nyní těleso, na které kromě tíhové síly F_G působí **vnější síla F** , která má stejnou velikost jako tíhová síla, tedy $F = mg$, ale opačný směr. Touto silou můžeme zvedat těleso rovnoměrným pohybem. Při zvednutí tělesa o výšku h vykoná vnější síla práci $W = mgh$. Tato práce je rovna **přírůstku tíhové potenciální energie tělesa**.

Tíhová potenciální energie je jen zvláštním případem potenciální energie. V článku 4.1 jsme odvodili vztah pro práci, kterou je nutné vykonat k protažení pružiny ze základní polohy o dráhu s . Tato práce je $W = \frac{1}{2}Fs$. Práce vykonaná při protahování (nebo stlačování) pružiny je rovna potenciální energii pružnosti deformované pružiny. **Potenciální energii pružnosti** má každé deformované pružné těleso. Tělesa lze deformovat tahem, tlakem, ohybem a zkrutem. Jako příklady deformovaných pružných těles mohou sloužit např. protažená pružina, stlačená pružina (např. u stlačeného nárazníku železničního vagonu), ohnutá tyč (např. při skoku o tyči), stočené pero v mechanických hodinách, pérování automobilů atd.

Potenciální energie je vždy podmíněna vzájemným silovým působením těles. U tíhové potenciální energie jde o vzájemné působení Země a tělesa. Tíhovou potenciální energii tedy nemá samotné těleso, ale vždy soustava Země – těleso. Pro jednoduchost však zpravidla hovoříme jen o potenciální energii tělesa.

Úlohy

Dosazujte tíhové zrychlení $g = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

- 1** Závaží o hmotnosti 2 kg je ve výšce 0,5 m nad povrchem stolu. Stolní deska je ve výšce 0,8 m nad podlahou místnosti. Vypočítejte tíhovou potenciální energii závaží a) vzhledem k desce stolu, b) vzhledem k podlaze místnosti. [a) 10 J; b) 26 J]

- 2** Vypočítejte tíhovou potenciální energii tělesa o hmotnosti 50 kg, které je ve výšce 60 m a) nad povrchem Země, b) nad povrchem Měsíce, kde je tíhové zrychlení šestkrát menší než na Zemi. [a) 30 kJ; b) 5 kJ]
- 3** Tíhová potenciální energie koule o hmotnosti 5 kg vzhledem k povrchu Země je 300 J. V jaké výšce nad povrchem Země je koule? [6 m]
- 4** Jakou práci vykonáme, zvedneme-li rovnoměrným pohybem těleso o hmotnosti 6 kg do výšky 1,5 m? [90 J]

4.4 Mechanická energie

Poznali jsme kinetickou energii E_k a tíhovou potenciální energii E_p . Těleso ovšem může mít obě tyto energie současně.

Součet kinetické a potenciální energie tvoří celkovou mechanickou energii E tělesa:

$$E = E_k + E_p$$

Např. letadlo o hmotnosti m , které letí rychlostí v ve výšce h nad povrchem Země, má vzhledem k zemskému povrchu celkovou mechanickou energii $E = E_k + E_p = mv^2/2 + mgh$.

Sledujme změny kinetické a tíhové potenciální energie v izolované soustavě těles tvořené sledovaným tělesem a Zemí. Předpokládejme, že na pohybující se těleso nepůsobí třecí síly, odpor vzduchu ani jiné vnější síly. Působí na ně jen tíhová síla F_G . Práci tíhové síly je určen přírůstek kinetické energie tělesa a současně úbytek jeho tíhové potenciální energie. To však znamená, že součet obou energií neboli **celková mechanická energie tělesa je konstantní**, $E = E_k + E_p = \text{konst.}$

Jednoduchým příkladem pohybu, při němž na těleso působí jen tíhová síla, je volný pád. Uvažujme těleso o hmotnosti m , které padá volným pádem z výšky h_0 (obr. 4-8). V čase $t_0 = 0$ je výška tělesa nad základní vodorovnou rovinou h_0 a jeho rychlost je nulová. Kinetická energie tělesa je tedy nulová a celková mechanická energie je dána tíhovou potenciální energií, $E = E_{p0} = mgh_0$.

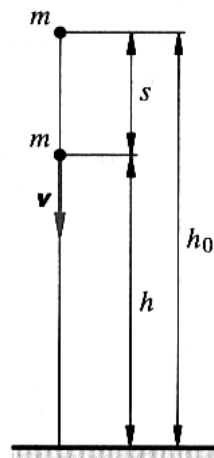
V čase t od začátku pohybu urazí těleso dráhu $s = \frac{1}{2}gt^2$ a je ve výšce $h = h_0 - s = h_0 - \frac{1}{2}gt^2$. Tíhová potenciální energie tělesa je nyní $E_p = mgh = mg(h_0 - \frac{1}{2}gt^2) = mgh_0 - \frac{1}{2}mg^2t^2$. Rychlost tělesa v čase t má velikost $v = gt$, těleso má kinetickou energii $E_k = \frac{1}{2}mg^2t^2$. Součet tíhové potenciální energie a kinetické energie tělesa v čase t je $E = E_p + E_k = mgh_0 - \frac{1}{2}mg^2t^2 + \frac{1}{2}mg^2t^2 = mgh_0$, můžeme tedy učinit tento závěr:

Celková mechanická energie tělesa, na které při pohybu působí jen tíhová síla, je podél celé trajektorie konstantní. Úbytek tíhové potenciální energie tělesa se rovná přírůstku jeho kinetické energie, součet obou energií neboli celková mechanická energie se nemění.

Přeměny mechanické energie můžeme pozorovat při mnoha mechanických dějích. Necháme-li na podlahu padat pružný míč, mění se nejprve jeho tíhová potenciální energie na energii kinetickou. Při dopadu na zem se míč pružně deformuje a jeho kinetická energie se přemění v potenciální energii pružnosti. Během odrazu míče od podlahy se potenciální energie pružnosti opět přemění v kinetickou energii, míč se začne pohybovat vzhůru a jeho kinetická energie se mění na tíhovou potenciální energii. Kdyby byl míč dokonale pružný, vystoupil by po odrazu do stejné výšky, z níž padal, a jeho celková mechanická energie by byla konstantní.

Přeměny mechanické energie z kinetické energie na potenciální energii a naopak můžeme pozorovat při pohybu kyvadla, u tělesa kmitajícího na pružině, při pružných srážkách těles atd. Přeměny mechanické energie jsou vždy provázeny prací, kterou konají síly vzájemného působení mezi tělesy. Práce je přitom rovna úbytku kinetické energie a současně přírůstku potenciální energie nebo naopak.

Pro izolovanou soustavu těles, na která nepůsobí třecí síly ani odpor prostředí, platí **zákon zachování mechanické energie**:



4-8 K zákonu zachování mechanické energie

Při všech mechanických dějích se může měnit kinetická energie v potenciální a naopak, celková mechanická energie soustavy je však konstantní:

$$E = E_k + E_p = \text{konst.}$$

Úlohy

Dosazujte tíhové zrychlení $g = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

- 1 Popište přeměny mechanické energie při vystřelení šípu z luku.
- 2 Kámen o hmotnosti 2,0 kg padá volným pádem z věže o výšce 80 m. Jakou má kinetickou energii a jakou tíhovou potenciální energii a) na počátku pádu, b) v čase 1 s od začátku pádu, c) při dopadu? Jakou má během pádu celkovou mechanickou energii vzhledem k povrchu Země?
[a) $E_k = 0$, $E_p = 1600 \text{ J}$; b) $E_k = 100 \text{ J}$, $E_p = 1500 \text{ J}$; c) $E_k = 1600 \text{ J}$, $E_p = 0$; $E = 1600 \text{ J}$]
- 3 Pro kámen z předešlé úlohy nakreslete grafy závislosti kinetické energie a tíhové potenciální energie a) na čase, b) na okamžité výšce kamene nad povrchem Země.
- 4 Letadlo o hmotnosti 20 tun letí stálou rychlostí $900 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ ve výšce 10 km nad povrchem Země. Jaká je jeho celková mechanická energie vzhledem k povrchu Země? [2,6 GJ]
- 5 Kinetická energie tělesa závisí na volbě vztažné soustavy. Tíhová potenciální energie tělesa závisí také na volbě nulové hladiny potenciální energie. Zvažte, zda může být kinetická nebo tíhová potenciální energie tělesa záporná. [kinetická ne, tíhová potenciální ano]

4.5 Zákon zachování energie

Viděli jsme, že pro izolovanou soustavu těles, na která nepůsobí třecí síly ani odpor prostředí, platí zákon zachování mechanické energie. U deformovaných těles jsme také předpokládali, že jsou dokonale pružná. Tyto předpoklady však v praxi nejsou splněny.

Analogickým postupem získáme pro rychlost druhé koule vztah

$$u_2 = \frac{2m_1 v_1 + (m_2 - m_1)v_2}{m_1 + m_2}.$$

Pro dané hodnoty je $u_1 = 1,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, $u_2 = 3,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

Obě koule se po srážce pohybují původním směrem; první rychlostí $1,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, druhá rychlostí $3,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

Úlohy

Pokud není uvedeno jinak, dosazujte za $g = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$. První tři úlohy řešte ve skupinách A a B.

Skupina A

1. Ve vagonu vlaku, který jede rychlostí $15 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, běží člověk o hmotnosti 60 kg rychlostí $5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Vypočtěte jeho kinetickou energii vzhledem k povrchu Země, běží-li a) ve směru jízdy vagonu, b) proti směru jízdy.

[a) 12 kJ ; b) 3 kJ]

2. Model letadla o hmotnosti $0,4 \text{ kg}$ letí rychlostí $10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ ve výšce 20 m nad povrchem Země. Vypočtěte a) kinetickou energii, b) tíhovou potenciální energii, c) celkovou mechanickou energii modelu vzhledem k povrchu Země. ($g = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$)

[a) 20 J ; b) 80 J ; c) 100 J]

3. Kámen padá volným pádem z výšky o výšce 80 m . V jaké výšce nad povrchem Země je jeho tíhová potenciální energie rovna jeho kinetické energii? [40 m]

4. Model letadla o hmotnosti $2,0 \text{ kg}$ vyletěl z výšky 10 m do výšky 15 m a při tom jeho rychlost vzrostla z $16 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ na $20 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Jakou práci vykonal motor modelu? Odpor vzduchu neuvažujte. [240 J]

Skupina B

1. Po palubě lodi, která pluje rychlostí $6,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, jde lodník o hmotnosti 80 kg rychlostí $1,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Vypočtěte jeho kinetickou energii vzhledem k povrchu Země, jde-li a) ve směru plavby, b) proti směru plavby.

[a) $2,6 \text{ kJ}$; b) $1,0 \text{ kJ}$]

2. Kámen o hmotnosti $0,5 \text{ kg}$ je vržen rychlostí $20 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ ve výšce 20 m nad povrchem Země. Vypočtěte a) kinetickou energii, b) tíhovou potenciální energii, c) celkovou mechanickou energii kamene vzhledem k povrchu Země. ($g = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$)

[a) 100 J ; b) 100 J ; c) 200 J]

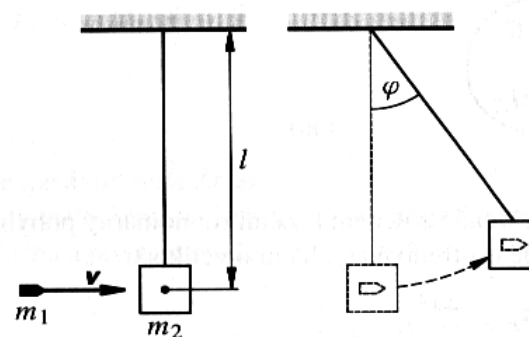
3. Míč padá volným pádem z výšky 16 m . V jaké výšce nad povrchem Země je jeho tíhová potenciální energie rovna jeho kinetické energii? [8 m]

5. Vozík o hmotnosti 250 kg jede po vodorovných kolejkách rychlostí $2,4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ a srazí se s vozíkem o hmotnosti 500 kg , který jede rychlostí $1,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Při srážce se oba vozíky spolu spojí a dále se pohybují společně. Vypočtěte úbytek mechanické energie vozíků při srážce, jestliže vozíky před srážkou jedou a) za sebou, b) proti sobě. [a) 30 J ; b) $1,5 \text{ kJ}$]

6. Chlapec jede na kolečkových bruslích po vodorovné rovině rychlostí $8,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ a vjede na stoupající šikmou rovinu, která svírá s vodorovnou rovinou úhel 11° . Jakou dráhu na šikmé rovině ujede setrvačností, než se zastaví? Tření a odpor vzduch neuvažujte. [17 m]

7. Na provaze je zavěšena dřevěná kostka o hmotnosti $3,6 \text{ kg}$. Těžiště kostky je ve vzdálenosti $2,5 \text{ m}$ od místa závěsu. Na kostku je vodorovným směrem vystřelena střela o hmotnosti $0,020 \text{ kg}$ a je zachycena v kostce (obr. C7-3). Vektorová přímka rychlosti střely prochází těžištěm kostky. Provaz s kostkou a střelou se odchýlí o úhel 35° od svislého směru. Určete rychlost střely v okamžiku nárazu na kostku. Odpor vzduchu neuvažujte.

$$[v = \frac{m_1 + m_2}{m_1} \sqrt{2gl(1 - \cos \varphi)} = 540 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}]$$



8. Dokonale pružná koule se pohybuje rychlostí $6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ a narazí centrálně na stejnou kouli, která je před srážkou v klidu. Vypočtěte rychlosti koulí po srážce.

[$0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, $6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Koule o stejných hmotnostech si při dokonale pružné srážce „vymění“ rychlosti]

9. Koule o hmotnosti 1 kg narazí rychlostí $6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ centrálně na kouli o hmotnosti 3 kg , která se pohybuje tímž směrem rychlostí $2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Vypočtěte rychlosti koulí po jejich dokonale pružné srážce.

[$u_1 = 0$, $u_2 = 4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$; první koule se zastaví, druhá se pohybuje původním směrem rychlostí $4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$]