

Podíl výkonu P a příkonu P_0 je účinnost η stroje,

$$\eta = \frac{P}{P_0}.$$

Účinnost strojů udáváme obvykle v procentech.

Příklad

Elektromotor o příkonu 15 kW zvedá rovnoměrným pohybem kabinu výtahu o hmotnosti 450 kg rychlostí $3,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Jaká je účinnost elektromotoru?

Řešení

$$P_0 = 15\,000 \text{ W}, m = 450 \text{ kg}, g = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}, v = 3,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}; \eta = ?$$

Kabina výtahu koná rovnoměrný přímočarý pohyb. Motor na ni působí tažnou silou, která je stejně velká jako tíhová síla působící na kabinu, tedy $F = mg$. Kabina se pohybuje rychlostí v , výkon motoru je $P = Fv = mgv$. Účinnost motoru je

$$\eta = \frac{P}{P_0} = \frac{mgv}{P_0}.$$

Pro zadané hodnoty je $\eta = 0,9$. Účinnost elektromotoru je 0,9, tj. 90 %.

Úlohy

Dosazujte tíhové zrychlení $g = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

- 1 Lokomotiva vyvíjí při rychlosti $20 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ tažnou sílu 30 kN. Jaký je její výkon? Jakou práci vykoná, ujede-li dráhu 10 km? [600 kW, 300 MJ]
- 2 Automobil jede po vodorovné silnici stálou rychlostí $20 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, přičemž motor pracuje s výkonem 20 kW. Jak velká odporová síla působí proti pohybu? [1 kN]
- 3 Motor výtahu zvedne náklad o hmotnosti 240 kg do výšky 36 m za dobu 90 s. Jaký je jeho výkon? [960 W]
- 4 Elektromotor s příkonem 1,5 kW vykoná za jednu minutu práci 72 kJ. Jaká je jeho účinnost? [80 %]

Shrnutí učiva 4. kapitoly

Mechanická práce charakterizuje děj, při kterém se přemísťují tělesa vlivem působení síly. Urazí-li těleso působením konstantní síly o velikosti F dráhu s , přičemž síla svírá s trajektorií stálý úhel α , je mechanická práce

$$W = F s \cos \alpha.$$

Veličina, která charakterizuje, jak rychle se práce koná, je **výkon**. Průměrný výkon určíme jako podíl práce W a doby t , za kterou byla práce vykonána, tedy

$$P_p = \frac{W}{t}.$$

Pro **okamžitý výkon**, tj. výkon určený pro velmi krátkou dobu Δt , platí $P = \Delta W / \Delta t$. Okamžitý výkon můžeme také vyjádřit jako součin síly a okamžité rychlosti tělesa, tedy $P = Fv$.

Využití energie strojem nebo jiným zařízením vyjadřuje veličina, která se nazývá **účinnost**. Účinnost η definujeme jako podíl výkonu P a příkonu P_0 , tedy

$$\eta = \frac{P}{P_0}.$$

Kinetická energie E_k tělesa (hmotného bodu) o hmotnosti m , které se vzhledem k dané vztažné soustavě pohybuje rychlostí o velikosti v , je dána vztahem

$$E_k = \frac{1}{2} m v^2.$$

Tíhová potenciální energie E_p tělesa (hmotného bodu) o hmotnosti m , které je ve výšce h nad základní vodorovnou rovinou (hladinou nulové potenciální energie), je dána vztahem

$$E_p = mgh,$$

kde g je velikost tíhového zrychlení. Tíhová potenciální energie se vztahuje k soustavě těleso – Země.

Mechanická energie tělesa je dána součtem jeho kinetické a potenciální energie, $E = E_k + E_p$. Přeměny kinetické energie na potenciální energii a naopak jsou vždy provázeny konáním práce.

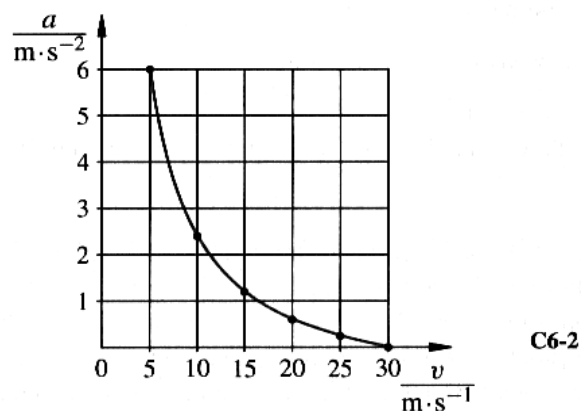
neboli

$$a = \frac{1}{m} \left(\frac{P}{v} - F_0 \right).$$

Sestavíme tabulku velikosti zrychlení v závislosti na rychlosti:

$\frac{v}{\text{m} \cdot \text{s}^{-1}}$	5	10	15	20	25	30
$\frac{a}{\text{m} \cdot \text{s}^{-2}}$	6,0	2,4	1,2	0,60	0,24	0

Z hodnot obsažených v této tabulce sestojíme graf (obr. C6-2).



Z tabulky i z grafu vidíme, že zrychlení automobilu s rostoucí rychlostí klesá a při rychlosti $30 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ je nulové. Větší rychlosti automobil za daných podmínek nemůže dosáhnout.

Maximální rychlost automobilu můžeme určit také výpočtem. Při maximální dosažitelné rychlosti je pohyb automobilu rovnoměrný, výslednice sil, které na něj působí, je nulová. Platí tedy vztah

$$F = \frac{P}{v_{\max}} - F_0 = 0$$

a odtud maximální rychlost

$$v_{\max} = \frac{P}{F_0}.$$

Pro dané hodnoty je $v_{\max} = 30 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

Automobil dosáhne maximální rychlosti $30 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

Úlohy

Pokud není uvedeno jinak, dosazujte za $g = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$. První tři úlohy řešte ve skupinách A a B.

Skupina A

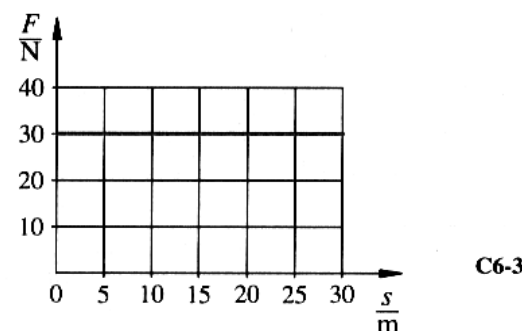
- Na obr. C6-3 je nakreslen graf závislosti síly působící na těleso na dráze tělesa. Síla má směr trajektorie tělesa. Určete práci, kterou síla vykoná na úseku dráhy od $s_1 = 5 \text{ m}$ do $s_2 = 15 \text{ m}$.

[300 J]

Skupina B

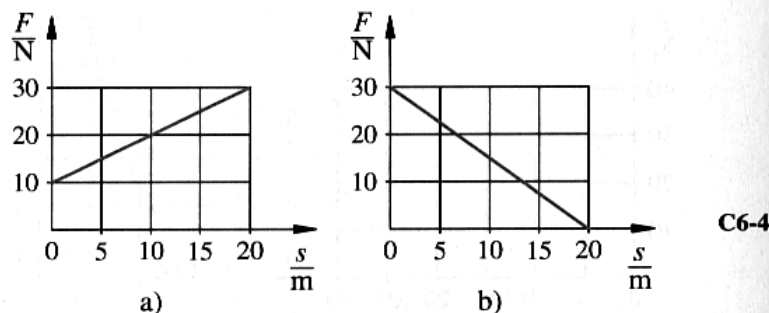
- Na obr. C6-3 je nakreslen graf závislosti síly působící na těleso na dráze tělesa. Síla má směr trajektorie tělesa. Určete práci, kterou síla vykoná na úseku dráhy od $s_1 = 10 \text{ m}$ do $s_2 = 30 \text{ m}$.

[600 J]



- Chlapec tlačí po vodorovné podlaze bednu, přičemž na ni působí ve směru trajektorie silou o velikosti 60 N . Určete a) práci, kterou vykoná, posune-li bednu do vzdálenosti 20 m , b) výkon chlapce, posunuje-li bednu rychlostí $0,40 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.
[a) 1 200 J; b) 24 W]
- Motor automobilu, který jede stálou rychlostí $20 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, pracuje s výkonem 10 kW . Vypočítejte a) práci, kterou motor vykoná za dobu 2 minuty, b) velikost tažné síly, kterou motor působí.
[a) 1,2 MJ; b) 500 N]
- Moped jede při výkonu motoru 800 W po dobu 10 minut. Určete a) práci, kterou motor za tuto dobu vykoná, b) příkon motoru, je-li jeho účinnost 25 %.
[a) 480 kJ; b) 3,2 kW]
- Stroj s příkonem 25 kW vykoná za 10 minut práci 12 MJ. Určete a) výkon stroje, b) účinnost stroje.
[a) 20 kW; b) 80 %]

4. Určete práci, kterou musíme vykonat, abychom po vodorovné podlaze přemístili těleso o hmotnosti 400 kg do vzdálenosti 20 m rovnoměrným pohybem, je-li součinitel smykového tření mezi tělesem a podlahou 0,15. ($g = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$) [12 kJ]
5. Cestující ve vlaku zvedá zavazadlo o hmotnosti 6 kg do výšky 2,0 m. Jakou práci vykoná, zvedá-li zavazadlo a) rovnoměrným pohybem, b) rovnoměrně zrychleným pohybem se zrychlením o velikosti $0,50 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$? [a) 118 J; b) 124 J]
6. Na obr. C6-4 jsou nakresleny dva grafy závislosti síly působící na těleso na jeho dráze. Určete práci, kterou síla v daných případech vykoná na dráze 20 m. [a) 400 J; b) 300 J]



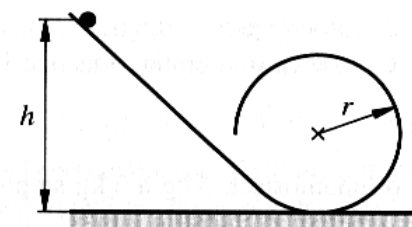
C6-4

7. Lokomotiva, která táhne vlak, vyvíjí při rychlosti $72 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ tažnou sílu $2,7 \cdot 10^4 \text{ N}$. Určete a) výkon lokomotivy, b) práci, kterou vykoná na dráze 10 km. [a) 540 kW; b) 270 MJ]
8. Elektromotor s příkonem 12 kW zvedne kabinu výtahu o hmotnosti 550 kg do výšky 30 m rovnoměrným pohybem za dobu 15 s. Jaká je účinnost elektromotoru? [90 %]

Cvičení 7 MECHANICKÁ ENERGIE

Příklad 1

Nakloněná rovina přechází ve válcovou plochu o poloměru 0,2 m (obr. C7-1). Po nakloněné rovině klouže bez tření malé těleso s nulovou počáteční rychlostí. Z jaké nejmenší výšky musíme těleso vypustit, aby vykonalo ve válcové ploše celou obrátku?



C7-1

Řešení

$$r = 0,2 \text{ m}; \quad h = ?$$

V nejvyšším bodě válcové plochy musí mít těleso takovou rychlost, aby se setrvačná odstředivá síla alespoň rovnala tíhové síle. Podmínka pro vykonání celé obrátky je

$$\frac{mv^2}{r} \geq mg.$$

Pro nejmenší rychlost, při které těleso vykoná celou obrátku, jsou velikosti obou sil stejné, z čehož pro rychlost vyplývá vztah

$$v = \sqrt{rg}.$$

Těleso klouže po nakloněné rovině i po vnitřním povrchu válce bez tření, platí tedy zákon zachování mechanické energie.

Těleso vypuštěné z výšky h vystoupí do výšky $2r$. Úbytek jeho tíhové potenciální energie je

$$\Delta E_p = mgh - 2mgr.$$

V nejvyšší poloze na nakloněné rovině je těleso v klidu, ve výšce $2r$ má rychlost v . Přírůstek jeho kinetické energie je tedy

$$\Delta E_k = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mgr.$$

Podle zákona zachování mechanické energie je úbytek tíhové potenciální energie tělesa roven přírůstku jeho kinetické energie, $\Delta E_p = \Delta E_k$, neboli

$$mgh - 2mgr = \frac{1}{2}mgr.$$

Odtud hledaná výška

$$h = \frac{5}{2}r.$$